Шести разред

1. Производ шест узастопних целих бројева је седмоцифрен број $\overline{*6036**}$. Одреди те бројеве.

2. Дат је четвороугао $ABCD$ у коме је $AB = BC$, $\measuredangle ACB = 50°$, $\measuredangle ACD = 30°$ и $\measuredangle CBD = 20°$. Одреди $\measuredangle CAD$.

3. Дате су тачке C, B_1 и права p. Конструиши троугао ABC, ако је тачка C теме троугла, тачка B_1 средиште странице AC и ако је права p симетрала угла ABC.

4. Милашин је записао три броја. Златана је у тим бројевима заменила различите цифре различитим словима, а исте цифре истим словима и добила следећи запис ОХО, СЛОЖЕН, БРОЈ. Радашин тврди да је збир та три броја увек сложен број. Да ли је Радашин у праву?

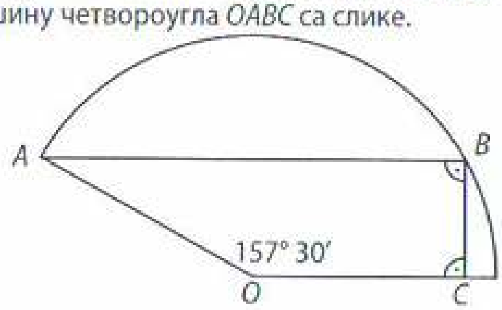
5. Школа математике „Интеграл" има два разреда. У првом разреду су 65% девојчице. У другом разреду су 45% девојчице. Укупно у оба разреда су 53% девојчице. Колико процената ученика школе је у првом разреду?

Седми разред

1. Бане је записао низ бројева 7, 14, 17, ... Сваки члан низа, почевши од другог, добија се тако што се претходни члан квадрира, саберу се цифре добијеног квадрата и на тај збир дода 1 (На пример, $7^2 = 49$, $4 + 9 = 13$, $13 + 1 = 14$, па је други члан низа 14). Који број се налази на 2012. месту овог низа?

2. Пред фудбалску утакмицу између Звезде и Партизана пет лица је дало следеће прогнозе:
А: Неће бити нерешено;
Б: Звезда ће примити бар један гол;
В: Партизан ће победити;
Г: Партизан неће изгубити;
Д: На утакмици ће се постићи тачно три гола.
По завршетку утакмице испоставило се да су три прогнозе биле тачне, а две нетачне. Којим резултатом је завршена утакмица?

3. Централни угао кружног исечка полупречника 12cm је 157° 30′ (види слику). Израчунај површину четвороугла *OABC* са слике.



4. Ако су p и q прости бројеви већи од 3, онда је $p^4 - q^4$ дељиво са 48. Докажи.

5. Нека је у правоуглом троуглу ABC тачка D подножје висине из темена C правог угла и O_1, O_2 центри уписаних кружница троуглова ACD и BCD. Кружница са центром C и полупречником CD сече катете AC и BC у тачкама M и N, редом. Докажи:
а) Тачке O_1, O_2, M и N су колинеарне.
б) $MN > 2O_1O_2$.

Осми разред

1. Акцијама компаније за промет сулундара „Milashin & Radashin Ltd" из Петловца тргује се на Лондонској берзи. У току једног месеца, сваког радног дана у 12.00 часова вредност акција повећава се или се смањује за 17%. Да ли је могуће да је цена акција те компаније у два различита радна дана после 12.00 часова имала исту вредност?

2. Полупречник круга је r. Тетива CD тог круга сече пречник AB у тачки M под углом од 45°. Докажи да је $MC^2 + MD^2 = 2r^2$.

3. На дну језера постоји извор који сваког дана допуњава језеро константном количином воде. Крдо од 183 слона попије воду из језера за 1 дан, а крдо од 37 слонова за 5 дана. Колико дана би на језеру могао да пије један слон?

4. У правилну четворострану призму чија је основна ивица $a = 12\text{cm}$ и висина $H = 24\text{cm}$, уписана је правилна четворострана пирамида. Темена основе те пирамиде су на ивицама једне основе призме, а врх је у центру друге основе призме. Израчунај површину оне пирамиде која има најмању запремину.

5. Бројеви од 1 до 9 исписани су на 9 картица, на свакој по један. Два играча виде бројеве на свим картицама и наизменично узимају по једну картицу. Победник је онај који први објави да од изабраних карата, коришћењем операција +, −, ·, : и заграда, може саставити израз чија је вредност једнака 50. Није допуштено од карата састављати вишецифрене бројеве. Који играч има победничку стратегију, тј. може да осигура победу без обзира на начин игре његовог противника?