ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

Јун 2003.

1. Одредити све вредности параметра m за које су оба решења једначине $x^2 - 2x + m(m-4) = 0$

(a) реална;

(b) реална и позитивна.

Решење: (а) $m \in \left[2-\sqrt{5}, 2+\sqrt{5}\right]$;
(б) $m \in \left[2-\sqrt{5}, 0\right) \cup \left(4, 2+\sqrt{5}\right]$.

2. Решити једначину $\log(7-2^x) - \log(5+4^x) + \log 7 = 0$.

Решење: $x = 2$.

3. У троуглу ABC је $\alpha - \beta = 2\gamma$.

(a) Доказати да је угао α туп.

(b) Иза A у односу на B дата је тачка E таква важи да је $EC = AC$. Доказати да је CA симетрала угла ECB.

4. Основа пирамиде је правоугаоник. Две бочне стране су нормалне на раван основе, а друге две образују са њом углове од 45° и 60°. Висина пирамиде је $H = 3\sqrt{3}\text{cm}$. Израчунати запремину пирамиде.

Решење: $V = 27\text{cm}^3$.

5. Одредити сва решења једначине $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$ у интервалу $[0, \pi]$.

Решење: $x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{5}\pi, x_3 = \frac{4}{5}\pi, x_4 = \frac{1}{2}\pi, x_5 = \pi$.

6. Одредити једначину кружнице која додирује $x-$ осу у тачки $A(3,0)$ и садржи тачку $B(3+\sqrt{3},-1)$.

Решење: $(x-3)^2+(y+2)^2=4$.

7. Четири броја чине геометријски низ. Њихови логаритми узети за основу 2 чине геометријски низ чија је разлика 2, а збир 16. Одредити та четири броја.

Решење: 2,8,32,128.

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

Јун 2004.

1. Израчунати вредност израза $\left(\dfrac{4a-9a^{-1}}{2a^{0,5}-3a^{-0,5}}+\dfrac{a-4+3a^{-1}}{a^{0,5}-a^{-0,5}}\right)^2$ ако је $a=0{,}01$.

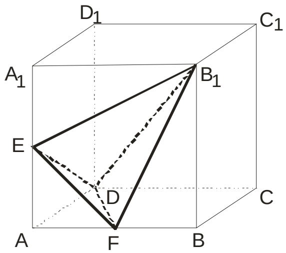
2. У скупу реалних бројева решити једначине:

(а) $\dfrac{(x-1)^3(x-2)(x^2-7x+12)\sqrt[5]{x^2-11x+30}}{x-2-2\sqrt{x-2}}=0,$

(б) $\dfrac{x-2-2\sqrt{x-2}}{(x-1)^3(x-2)(x^2-7x+12)\sqrt[5]{x^2-11x+30}}=0.$

3. Решити неједначину $\log_{\frac{1}{3}}(2x^2+3x+1)\geq 0$.

4. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (види слику). Нека су E и F редом средишта ивица AB и AA_1. Израчунати запремину пирамиде $DEFB_1$, ако је a дужина ивице коцке.



5. Дужа основица једнакокраког трапеза, у који се може уписати круг, је $a = 2\text{cm}$, а угао на њој је $\alpha = 75^\circ$. Израчунати обим овог трапеза.

6. Решити једначину $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$.

7. Дат је полином :

$$P(x) = \left(x^2 - x - 1\right)^{235} + \left(x^3 - x^2 + 1\right)^{125} + x^{28} - x^3 + 4.$$

Одредити:

(a) степен полинома P;

(b) збир коефицијената полинома P;

(c) остатак при дељењу полинома P са $x^3 - x$.

8. Израчунати $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^6 + \ldots + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004}$.

9. Наћи једначину праве којој припада тетива кружнице дате једначином $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$, при чему је средиште тетиве тачка $A(1,0)$.

10. Први члан аритметичког низа је 24. Одредити 2004. члан овог низа, ако је познато да први, пети и једанаести члан одређују геометријски низ.

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

Јул 2005.

1. Ако је $a = (1+\sqrt{2})^{-1}$ и $b = (1-\sqrt{2})^{-1}$, онда је вредност израза $(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ једнака

А) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$; **Б)** $\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$; **В)** $2\sqrt{2}$; **Г)** 1; **Д)** 0.

2. Производ свих реалних решења једначине $\dfrac{(x^2-64)(2^x-64)}{\sqrt{-x^2+20x-64}} = 0$ је:

А) - 64; **Б)** 8; **В)** 48; **Г)** -384; **Д)** 24576.

3. Скуп свих решења неједначине $\sqrt{1-4x^2} > 1-3x$ је:

А) $\left(0, \dfrac{3}{16}\right)$; **Б)** $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$; **В)** $\left(0, \dfrac{1}{2}\right]$; **Г)** $\left(\dfrac{3}{16}, \dfrac{1}{3}\right)$; **Д)** $\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{2}\right]$.

4. Нека су x_1 и x_2 решења једначине $x^2 + (a-1)x + a + 1 = 0$ Вредност реалног параметра a за коју је збир $x_1^2 + x_2^2$ минималан је:

А) 1; **Б)** 2; **В)** 0; **Г)** -1; **Д)** -2.

5. Страница ромба је $a = 9$ cm, а $d_1 + d_2 = 24$ cm је збир дијагонала. Израчунати површину ромба (у cm^2) је:

А) 126; **Б)** 252; **В)** 63; **Г)** 150; **Д)** 75.

6. Осни пресек праве кружне купе, полупречника основе *р*, је једнакостраничан троугао. Однос површина дате купе и лопте уписане у њу је:

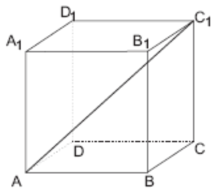
А) 3 : 1; **Б)** 4 : 3; **В)** 3 : 2; **Г)** 9 : 2; **Д)** 9 : 4.

7. Ако је φ угао који главна дијагонала AC_1, коцке $ABCDA_1B_1C_1D_1$, заклапа са страном $ABCD$, тада важи:

А) $0^\circ < \varphi \leq 15^\circ$; **Б)** $15^\circ < \varphi \leq 30^\circ$;

В) $30^\circ < \varphi \leq 45^\circ$; **Г)** $45^\circ < \varphi \leq 60^\circ$;

Д) $60^\circ < \varphi < 90^\circ$.



8. Збир квадрата највећег негативног и најмањег позитивног решења једначине $sin^6 x + cos^6 x = \frac{1}{4}$ је:

А) $\frac{\pi^2}{4}$; **Б)** $\frac{\pi^2}{8}$; **В)** $\frac{5\pi^2}{8}$; **Г)** $\frac{9\pi^2}{8}$; **Д)** $\frac{\pi^2}{2}$.

9. Остатак при дељењу неког полинома $P(x)$ са $x^2 + 7x + 10$ је $-2x+3$. Тада је остатак при дељењу полинома $P(x)$ са $x + 5$ једнак:

А) -7; **Б)** 13; **В)** 0; **Г)** 70; **Д)** 67.

10. Област дефинисаности функције $f(x) = \sqrt[3]{log_3 \dfrac{3x-1}{x+3}}$ је:

А) $(-\infty,-3)\cup\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$; **Б)** $(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$; **В)** $(-\infty,-3)\cup[2,+\infty)$;

Г) $(-\infty,-3)\cup\left[\dfrac{1}{3},+\infty\right)$; **Д)** $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$.

11. Геометријско место тачака подједнако удаљених од y-осе, координатног система xOy, и од криве $x^2 - 6x + y^2 = -8$ је:

А) хипербола; **Б)** елипса; **В)** парабола; **Г)** права; **Д)** дуж.

12. Дат је низ $\sqrt{0{,}1}$, $\sqrt{0{,}1}^2$, $\sqrt{0{,}1}^3$, ... , $\sqrt{0{,}1}^n$, ... Најмањи природан број n такав да је производ првих n чланова датог низа мањи од 0,00001 је:

А) мањи од 4**;** **Б**) 4; **В)** 5; **Г)** 6; **Д)** већи од 6.

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

Јун 2006.

1. Ако су A, B C реалне константе такве да за све реалне бројеве x различите од 1 и -2 важи $\dfrac{x^2+5}{x^3-3x+2} = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{B}{(x-1)^2} + \dfrac{C}{x-1}$, тада је $A+B+C$ једнако:

А) 2; **Б)** 3; **В)** 0; **Г)** -1; **Д)** 1.

2. Скуп свих решења неједначине $2x+|x-1|<2$ је:

А) $(-\infty,1]$; **Б)** $\mathbb{R}$; **В)** $(-\infty,1)$; **Г)** $(1,+\infty)$; **Д)** $[1,+\infty)$.

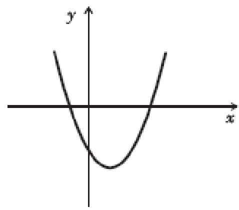
3. Ако је a реалан број различит од нуле, тада је $\dfrac{a^{-1}}{\sqrt{1+a^{-2}}}\sqrt{1+a^{2}}$ једнако:

А) $\dfrac{1}{a}$; **Б)** $\dfrac{|a|}{a}$; **В)** $|a|$; **Г)** $a|a|$; **Д)** 1.

4. Решења једначине $x^2-6mx-2-2m+9m^2=0$ су већа од 3 ако и само ако m припада интервалу:

А) $\left(0,\dfrac{11}{9}\right)$; **Б)** $\left(\dfrac{11}{9},+\infty\right)$; **В)** $\left(3,\dfrac{18}{5}\right)$; **Г)** $\left(\dfrac{2}{9},+\infty\right)$; **Д)** $\left(5,\dfrac{28}{5}\right)$.

5. График функције $f(x)=ax^2+bx+c$, $a,b,c\in\mathbb{R}$, приказан је на слици. Тачан је исказ:



А) $a>0,b<0,c<0$;
Б) $a>0,b>0,c>0$;
В) $a>0,b>0,c<0$;
Г) $a>0,b<0,c>0$;
Д) $a<0,b>0,c>0$.

6. Сва решења једначине $5^{x-1}+5\cdot 0{,}2^{x-2}=26$ припадају интервалу:

А) $(-3,0)$; **Б)** $(0,4)$; **В)** $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2}\right)$; **Г)** $(2,5)$; **Д)** $(5,+\infty)$.

7. Ако је $\mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{7}$ и $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, тада је $\mathrm{tg}\beta$, једнако:

А) $-\frac{3}{4}$; **Б)** 7; **В)** $\frac{6}{7}$; **Г)** $\frac{3}{4}$; **Д)** $16 - 9\sqrt{2}$.

8. Ако је φ угао једног диедра правилног тетраедра, онда је $cos\,\varphi$ једнак:

А) $\frac{1}{2}$; **Б)** $\frac{1}{3}$; **В)** $\frac{1}{\sqrt{3}}$; **Г)** $\sqrt{\frac{2}{3}}$; **Д)** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

9. Вредност израза $log_{\frac{1}{9}}(log_2 \frac{1}{2} \cdot log_{\frac{1}{2}} 8)$ је:

А) $\frac{1}{3}$; **Б)** $-\frac{1}{3}$; **В)** $-\frac{1}{2}$; **Г)** $\frac{1}{2}$; **Д)** $log_{\frac{1}{9}} 4$.

10. Бројеви $a_1, a_2, \ldots, a_{20}$ образују аритметички низ. Ако је збир свих чланова са непарним индексима једнак 320, а збир свих чланова са парним индексима једнак 350, онда је a_{11} једнако:

А) 32; **Б)** 34; **В)** 35; **Г)** 36; **Д)** 38.

11. У паралелограму *ABCD* познате су координате темена *B* (-2, 1), *C* (3, -5), *D* (7, 0). Координате темена *A* су:

А) (0, 0); **Б)** (-1, 3); **В)** (5, 8); **Г)** (11, 11); **Д)** (2, 6).

12. Изводница праве зарубљене купе је $c = 5cm$, а полупречници основа су $r = 5cm$ и $r_1 = 5cm$. У купу је уписана правилна четворострана зарубљена пирамида тако да је доња основа пирамиде уписана у доњу основу купе, а горња основа пирамиде у горњу основу купе. Запремина зарубљене пирамиде је:

А) $104cm^3$; **Б)** $26cm^3$; **В)** $78cm^3$; **Г)** $312cm^3$; **Д)** $77\frac{1}{3}cm^3$.

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

Јул 2007.

1. На 2007. децималном месту броја $\frac{1}{14}$ се налази цифра:

А) 1; **Б)** 2; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 8.

2. Решење неједначине $2x+|x-1|<2$ је скуп:

А) $(1,+\infty)$; **Б)** $(-\infty,1)$; **В)** $(-\infty,-1)$; **Г)** $(-1,1)$; **Д)** $(-\infty,1]$.

3. Круг је уписан у једнакостраничан троугао, а затим је квадрат уписан у тај круг. Однос површина троугла и квадрата једнак је:

А) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; **Б)** $3\sqrt{3}$; **В)** $6\sqrt{3}$; **Г)** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$; **Д)** 1.

4. Шестоцифрених бројева у чијем запису не учествује цифра 1 има:

А) 9^6; **Б)** $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4$; **В)** $9\cdot 8^5$; **Г)** $8\cdot 9^5$;

Д) $10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$.

5. Скуп реалних бројева d таквих да за свако $x\in R$ важи неједнакост $\frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+1}\le d$ је:

А) $(-\infty,+\infty)$; **Б)** $(-\infty,2]\cup\left[\frac{10}{3},+\infty\right)$; **В)** $(-\infty,2)$;

Г) $\left[\frac{10}{3},+\infty\right)$; **Д)** $\left[2,\frac{10}{3}\right]$.

6. Област дефинисаности функције $f(x)=\sqrt{log_2 \dfrac{2x-1}{x+2}}$ је:

А) $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$; **Б)** $(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$; **В)** $(-\infty,-2)\cup[3,+\infty)$;

Г) $R\setminus\{-2\}$; **Д)** $(0,+\infty)$.

7. Ако је $log_8 3 = p$ и $log_3 5 = q$, тада је $log_{10} 5 + log_{10} 6$ једнако:

А) $-q^3+3p+1$; **Б)** $\dfrac{3pq+3p+1}{3pq+1}$; **В)** $\dfrac{3p}{q}$; **Г)** $\dfrac{p+pq+3}{pq+3}$;

Д) $\dfrac{3q+p+1}{3pq+1}$.

8. У аритметичком низу са различитим члановима први, пети и једанаести члан образују геометријски низ. Ако је први члан 24 десети члан аритметичког низа је:

А) 77; **Б)** 76; **В)** 51; **Г)** 152 ; **Д)** 143 .

9. Број решења једначине $sin\,x\,cos\dfrac{\pi}{7}+cos\,x\,sin\dfrac{\pi}{7}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ која припадају интервалу $\left[-\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ је:

А) ниједно; **Б)** 1 ; **В)** 4 ; **Г)** 3; **Д)** 2 .

10. Површина омотача правог кружног конуса је M . Када се тај омотач развије, централни угао одговарајућег кружног исечка износи 36°. Полупречник основе овог конуса је:

А) $\dfrac{M}{10\pi}$; **Б)** $\sqrt{10M\pi}$; **В)** $\sqrt{\dfrac{M}{10\pi}}$; **Г)** $\sqrt{\dfrac{M}{\pi}}$; **Д)** $\sqrt{\dfrac{10M}{\pi}}$.

11. За који угао треба да ротира права $x + 7y - 9 = 0$ око своје тачке $S(2,1)$ да би додиривала хиперболу $x^2 - 2y^2 = 4$?

А) 45° ; **Б)** 90° ; **В)** 30° ; **Г)** 60° ; **Д)** 75° .

12. Дужина странице квадрата $ABCD$ је $a = 1cm$. Нека су E и F тачке редом страница AD и AB , такве да је $AE = AF$ и да је површина четвороугла $CDEF$ максимална. У том случају површина четвороугла $CDEF$ је (у cm^2):

А) $\frac{1}{2}$; **Б)** $\frac{5}{8}$; **В)** $\frac{9}{16}$; **Г)** $\frac{19}{32}$; **Д)** $\frac{2}{3}$.