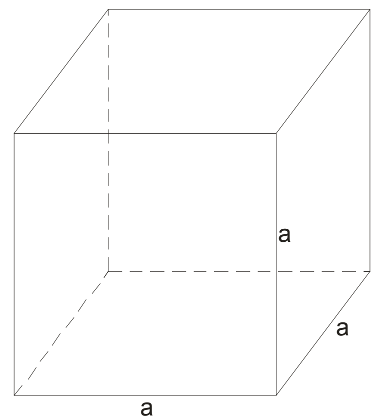
294. Дужина ивице коцке је 5 cm. Израчунати површину и запремину коцке.



$P = 6 \cdot a^2$

$P = 6 \cdot 5^2$

$P = 6 \cdot 25$

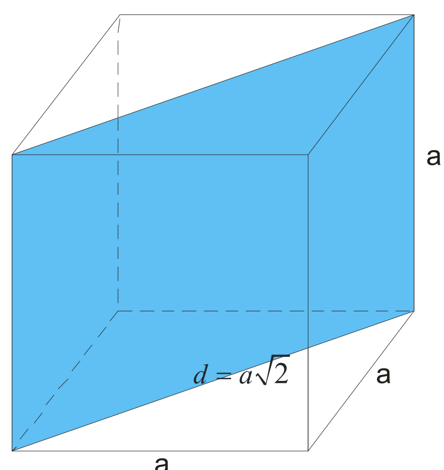
$P = 150cm^2$

$V = a^3$

$V = 5^3$

$V = 125cm^3$

295. Збир дужина свих ивица коцке је 24 cm. Одредити површину њеног дијагоналног пресека.



dijagonalni presek

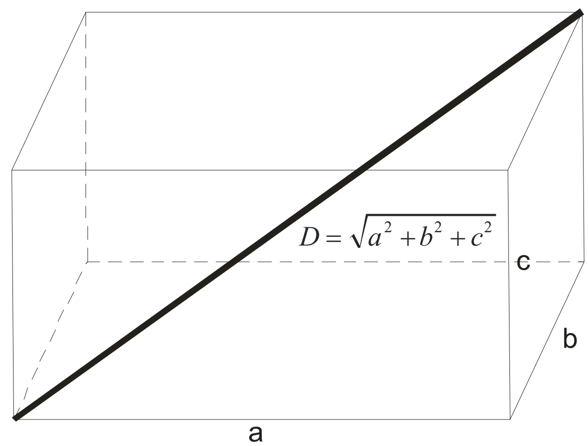
Kocka ima 12 ivica. Znači da ćemo dužinu jedne ivice dobiti $a = 24 : 12 = 2cm$

$P_{DP} = a \cdot \sqrt{2} \cdot a$

$P_{DP} = a^2 \cdot \sqrt{2}$

$P_{DP} = 4\sqrt{2}cm^2$

296. Дужине ивица квадра су 3 cm, 4 cm и 12 cm. Одредити површину тог квадра и дужину његове дијагонале.



$P=2(ab+bc+ac)$

$P=2(3\cdot 4+4\cdot 12+3\cdot 12)$

$P=2\cdot 96$

$P=192cm^2$

$D=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

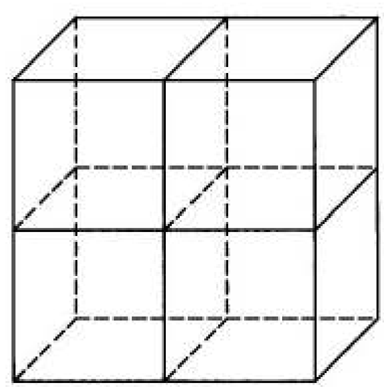
$D=\sqrt{3^2+4^2+12^2}$

$D=\sqrt{9+16+144}$

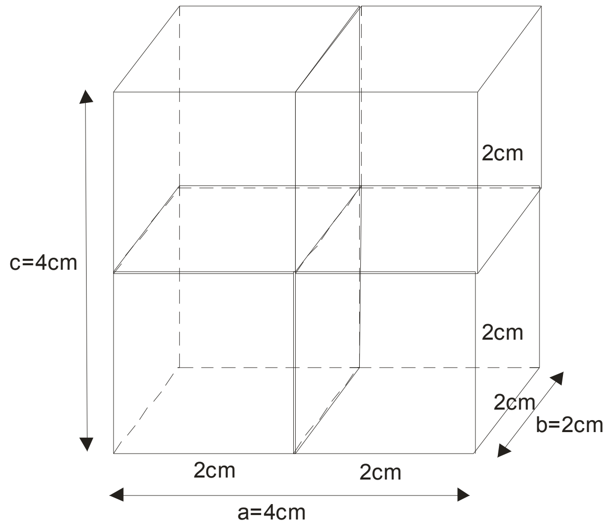
$D=\sqrt{169}$

$D=13cm$

297. Одредити површину квадра који је, као на приложеном цртежу, састављен од четири једнаке коцке ивице $a=2$ cm.



Najpre da sa slike odredimo dužine ivica a , b i c.



$P = 2(ab + ac + bc)$

$P = 2(4 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4)$

$P = 2(8 + 16 + 8)$

$P = 2 \cdot 32$

$P = 64cm^2$

298. Колико је потребно квадратних метара картона да се направи кутија облика квадра чије су димназије 50 cm, 40 cm и 45 cm?

Ovde ustvari tražimo površinu kutije, odnosno kvadra.

Pošto rešenje traže u metrima kvadratnim, odmah ćemo pretvoriti:

a = 50cm = 0,5m

b = 40cm = 0,4m

c = 45cm = 0,45m

$P = 2(\cdot ab + ac + bc)$

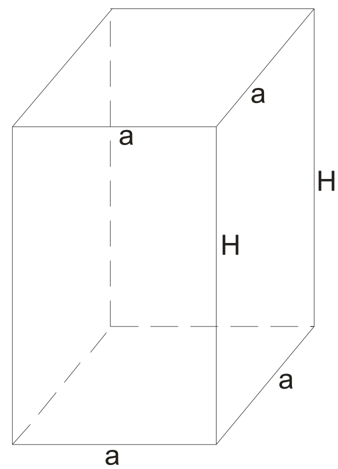
$P = 2 \cdot (0,5 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,45 + 0,4 \cdot 0,45)$

$P = 2 \cdot (0,2 + 0,225 + 0,18)$

$P = 2 \cdot 0,605$

$P = 1,21m^2$

299. Површина базе правилне четворостране призме је 49 cm^2, а висина призме је 3 cm. Израчунати површину призме.

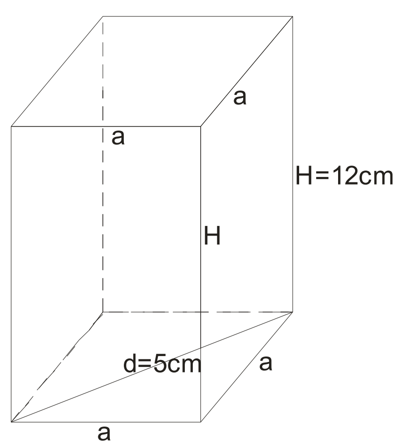


Iz površine baze ćemo naći dužinu osnovne ivice a:

$$B = a^2$$
$$49 = a^2$$
$$a = \sqrt{49}$$
$$a = 7cm$$

$$P = 2B + M$$
$$P = 2a^2 + 4 \cdot a \cdot H$$
$$P = 2 \cdot 49 + 4 \cdot 7 \cdot 3$$
$$P = 98 + 84$$
$$P = 182cm^2$$

300. Дијагонала основе правилне четворостране призме је 5 cm, а висина призме је 12 cm. Израчунати запремину призме.



I način :

Upotrebljavamo formulu za površinu kvadrata(baze) $B = \frac{d^2}{2}$

$V = BH$

$V = \dfrac{d^2}{2} H$

$V = \dfrac{5^2}{2} \cdot 12$

$V = \dfrac{25}{2} \cdot 12$

$V = 150 cm^3$

II način :

Ko nezna onu formulu mora ovako:

$d = a\sqrt{2}$

$5 = a\sqrt{2}$

$a = \dfrac{5}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$a = \dfrac{5\sqrt{2}}{2} cm$

$V = B \cdot H$

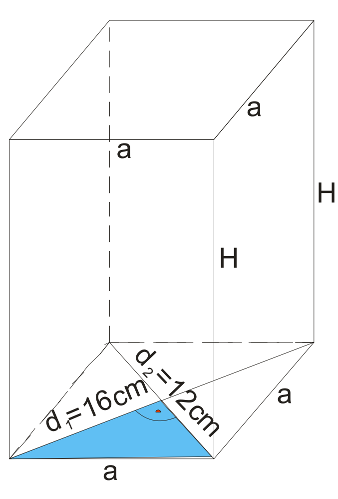
$V = a^2 \cdot H$

$V = \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot 12$

$V = \dfrac{25 \cdot 2}{4} \cdot 12$

$V = 150 cm^3$

301. Основа четворостране призме је ромб чије су дијагонале дужине 16 cm и 12 cm. Израчунати површину призме ако је њена висина 4 cm.



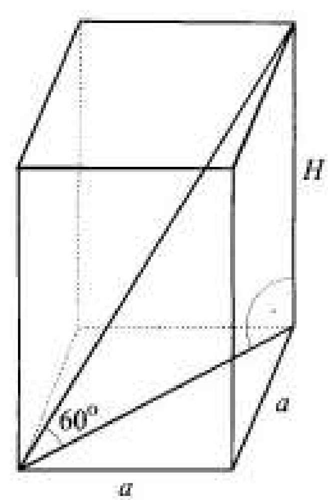
Primenom Pitagorine teoreme na plavi trougao nalazimo a:

$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$
$$a^2 = 8^2 + 6^2$$
$$a^2 = 64 + 36$$
$$a^2 = 100$$
$$a = 10cm$$

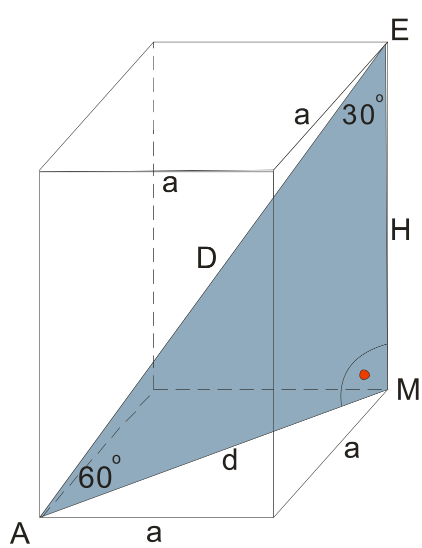
$$P = 2B + M$$
$$P = 2\frac{d_1 d_2}{2} + 4aH$$
$$P = 16 \cdot 12 + 4 \cdot 10 \cdot 4$$
$$P = 192 + 160$$
$$P = 352cm^2$$

Израчунати површину призме ако је њена висина 4 cm.

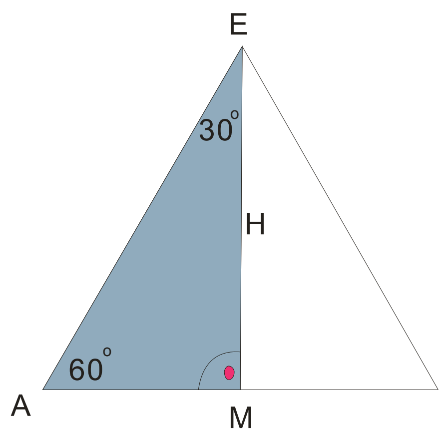
302. Дијагонала правилне четворостране призме нагнута је према равни основе под углом од 60^o. Ако је дијагонала основе $4\sqrt{2}$ cm, израчунати запремину призме.



Proučimo najpre sliku:



Uočimo osenčeni trougao AME. On ima uglove od 60, 30 i 90 stepeni pa je on ustvari polovina jednakostraničnog trougla čija je stranica AE.



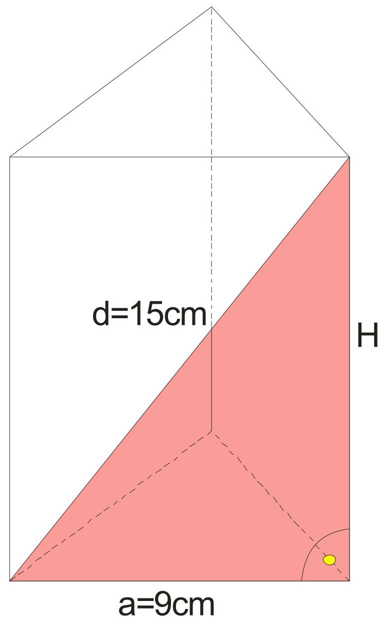
$$h_{\triangle}=\frac{a_{\triangle}\sqrt{3}}{2}$$
$$H=\frac{AE\cdot\sqrt{3}}{2}$$
$$H=\frac{8\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}$$
$$H=4\sqrt{6}cm$$

Iz dijagonale osnove nađemo a:

$$d=a\sqrt{2}$$
$$4\sqrt{2}=a\sqrt{2}$$
$$a=4cm$$

$$V=B\cdot H$$
$$V=a^2\cdot H$$
$$V=16\cdot 4\sqrt{6}$$
$$V=64\sqrt{6}cm^3$$

303. Израчунати запремину правилне тростране призме чија је основна ивица 9 cm, а дијагонала бочне стране је 15 cm.



Primenom Pitagorine teoreme ćemo naći visinu.

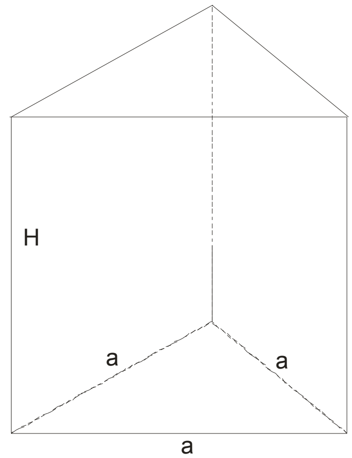
$$H^2 = d^2 - a^2$$
$$H^2 = 15^2 - 9^2$$
$$H^2 = 255 - 81$$
$$H = \sqrt{144}$$
$$H = 12cm$$

$$V = B \cdot H$$
$$V = \frac{9^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 12$$
$$V = 81\sqrt{3} \cdot 3$$
$$V = 243\sqrt{3}cm^3$$

304. Површина основе правилне тростране призме је $36\sqrt{3}$ cm², а висина призме је 8 cm. Израчунати површину призме.

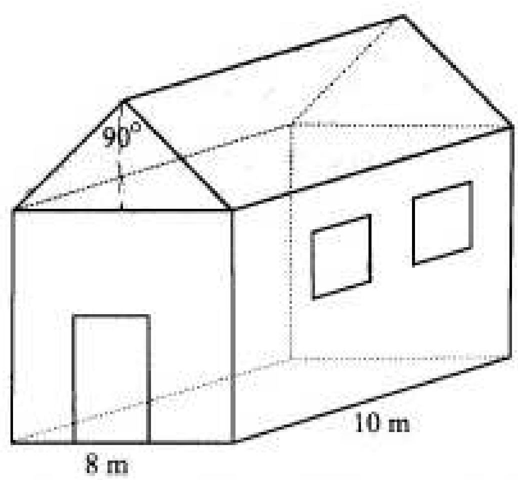
Iz površine baze najpre nađemo dužinu osnovne ivice.

$$B = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$
$$36\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$
$$a^2 = 144$$
$$a = 12cm$$



$$P = 2B + M$$
$$P = 2B + 3a \cdot H$$
$$P = 2 \cdot 36\sqrt{3} + 3 \cdot 12 \cdot 8$$
$$P = 72\sqrt{3} + 72 \cdot 4$$
$$P = 72\left(\sqrt{3} + 4\right) cm^2$$

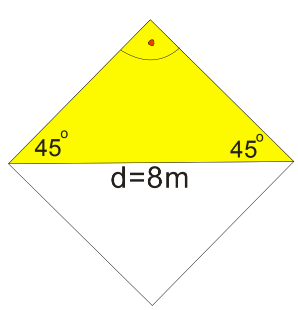
305. Одредити запремину тавана куће ако су подаци као на приложеном цртежу.



Proučimo najpre sliku.

Tavan je trostrana prizma visine H = 10m.

U bazi je pravouglo jednakokraki trougao (polovina kvadrata) dijagonale d = 8cm.



Površinu baze ćemo naći kao polovinu površine ovog kvadrata.

$$P_{kv} = \frac{d^2}{2} = \frac{8^2}{2} = 32m^2$$

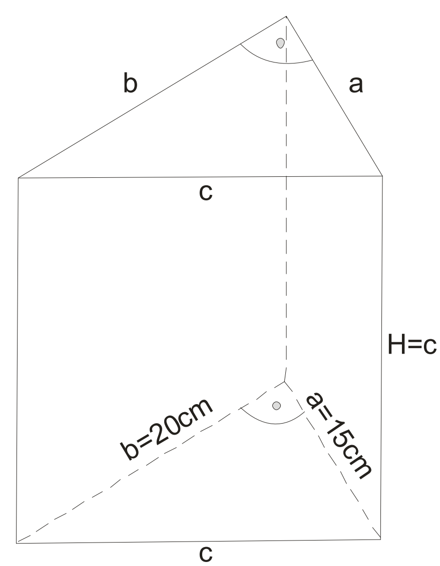
$$B = \frac{P_{kv}}{2} = \frac{32}{2} = 16m^2$$

Zapremina je :

$$V = BH$$
$$V = 16 \cdot 10$$
$$V = 160m^2$$

306. Основа тростране призме је правоугли троугао чије су катете 15 cm и 20 cm, а највећа бочна страна призме је квадрат. Израчунати површину призме.

Nacrtajmo najpre sliku.



Primenom Pitagorine teoreme nađemo c.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 15^2 + 20^2$$
$$c^2 = 225 + 400$$
$$c^2 = 625$$
$$c = 25cm$$

Kako je c = H, odmah znamo da je i H=25cm

Da sklopimo površinu. Pazi! Nije ona klasična formula, jer se omotač sastoji iz tri različita pravougaonika...

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \cdot \frac{ab}{2} + (a+b+c) \cdot H$$

$$P = 15 \cdot 20 + (15+20+25) \cdot 25$$

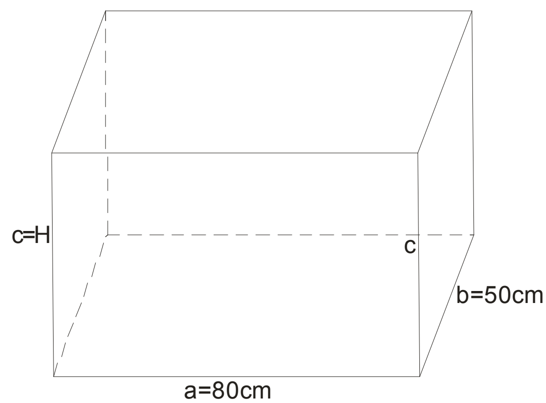
$$P = 300 + 1500$$

$$P = 1800 cm^2$$

307. У акваријум облика квадра може да стане 200 литара воде. Одредити његову висину ако се зна да је његова дужина 80 cm, а ширина 50 cm.

Da se podsetimo : $1 litar = 1 dm^3$

Data nam je zapremina bazena: $V = 200 l = 200 dm^3 = 200000 cm^3$



Trebamo naći visinu !

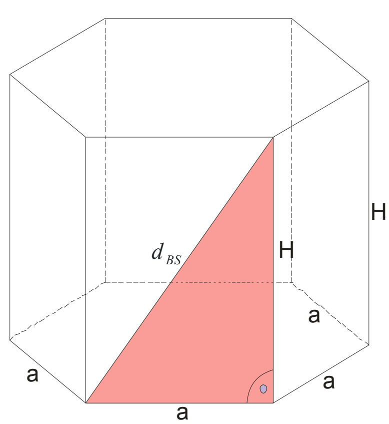
$$V = a \cdot b \cdot H$$

$$200000 = 80 \cdot 50 \cdot H$$

$$H = \frac{200000}{80 \cdot 50}$$

$$H = 50 cm$$

308. Израчунати запремину правилне шестостране призме чија је основна ивица 3 cm, а дијагонала бочне стране је 6 cm.

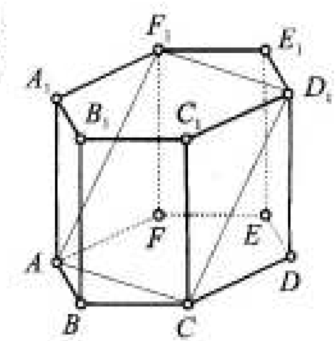


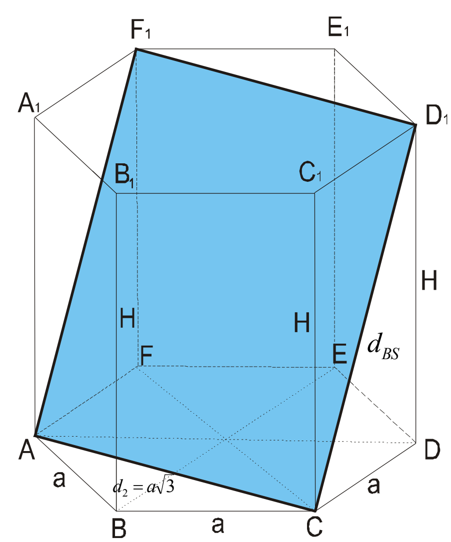
Pitagorina teorema :

$$H^2 = d^2 - a^2$$
$$H^2 = 36 - 9$$
$$H^2 = 27$$
$$H = \sqrt{9 \cdot 3}$$
$$H = 3\sqrt{3}cm$$

$$V = B \cdot H$$
$$V = 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$$
$$V = 6\frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3\sqrt{3}$$
$$V = \frac{81 \cdot 3}{2}$$
$$V = 121,5cm^3$$

309. Дата је правилна шестострана призма (видети цртеж), основне ивице $\sqrt{3}$ cm и висине $\sqrt{22}$ cm. Израчунати површину правоугаоника ACD_1F_1.





AC je manja dijagonala baze!(pogledaj teorijske napomene i podseti se formula)

$$AC = 2\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3cm$$

CD_1 je dijagonala bočne strane koju tražimo preko Pitagorine teoreme:

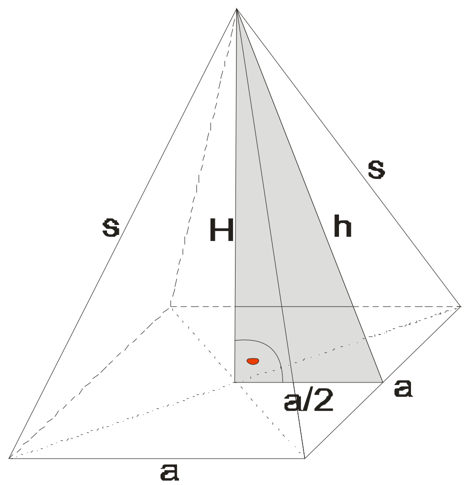
$$CD_1^2 = CD^2 + DD^2$$
$$CD_1^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{22}\right)^2$$
$$CD_1^2 = 3 + 22$$
$$CD_1^2 = 25$$
$$CD_1 = 5cm$$

Imamo dužine stranica pravougaonika, pa nije teško izračunati površinu:

$$P = AC \cdot CD_1$$
$$P = 3 \cdot 5$$
$$P = 15cm^2$$

PIRAMIDA

310. Израчунати површину и запремину правилне четворостране пирамиде чија је основна ивица 12 cm, а висина пирамиде је 8 cm.



Primenom Pitagorine teoreme na označeni trougao , dobijamo:

$$h^2 = H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 8^2 + 6^2$$

$$h^2 = 64 + 36$$

$$h^2 = 100$$

$$h = \sqrt{100}$$

$$h = 10cm$$

$$P = B + M$$

$$P = a^2 + 4\frac{a \cdot h}{2}$$

$$P = 12^2 + 2 \cdot 12 \cdot 10$$

$$P = 144 + 240$$

$$P = 384cm^2$$

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{12^2 \cdot 8}{3}$$

$$V = \frac{144 \cdot 8}{3}$$

$$V = 384cm^3$$

311. Израчунати површину правилне четворостране пирамиде ако је висина пирамиде 15 cm, а запремина 1280 cm^3.

Iskorisićemo zapreminu i naći dužinu osnovne ivice a:

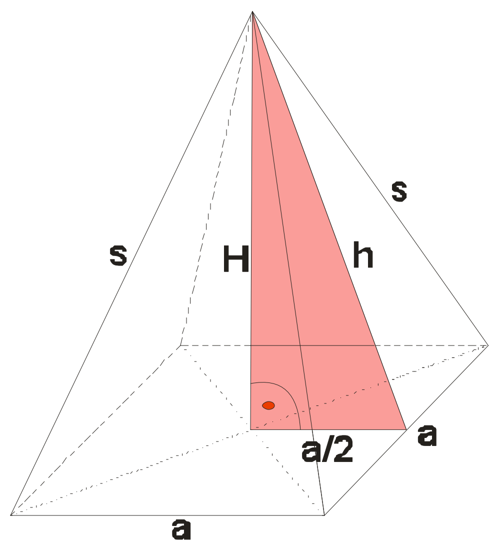
$$1280 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 15$$

$$a^2 = \frac{1280 \cdot 3}{15}$$

$$a^2 = 256$$

$$a = \sqrt{256}$$

$$a = 16cm$$



Pitagora:

$$h^2 = H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 15^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 225 + 64$$

$$h^2 = 289$$

$$h = 17cm$$

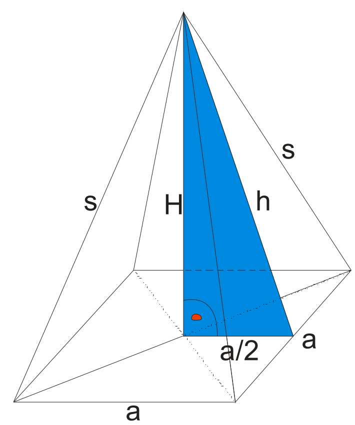
$$P = B + M$$

$$P = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

$$P = 256 + 2 \cdot 16 \cdot 17$$

$$P = 800cm^2$$

312. Израчунати запремину правилне четворостране пирамиде ако је основна ивица 24 cm, а апотема 20 cm.



$$H^2 = h^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$H^2 = 20^2 - 12^2$$

$$H^2 = 400 - 144$$

$$H^2 = 256$$

$$H = 16cm$$

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

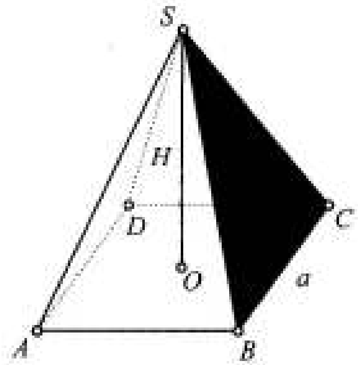
$$V = \frac{a^2 \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{24^2 \cdot 16}{3}$$

$$V = \frac{576 \cdot 16}{3}$$

$$V = 3072cm^3$$

313. Израчунати запремину правилне четворостране пирамиде ако је њена основна ивица $a = 8$ cm и ако је површина једне њене бочне стране 20 cm^2.



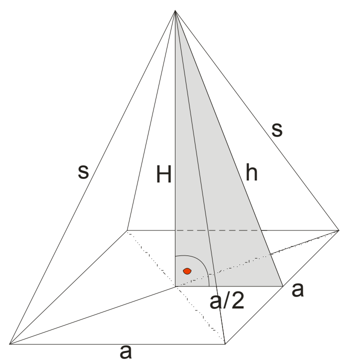
Preko površine bočne strane ćemo naći apotemu h:

$$P_{bs} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$20 = \frac{8 \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{40}{8}$$

$$h = 5cm$$



$$H^2 = h^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$H^2 = 5^2 - 4^2$$

$$H^2 = 25 - 16$$

$$H^2 = 9$$

$$H = 3cm$$

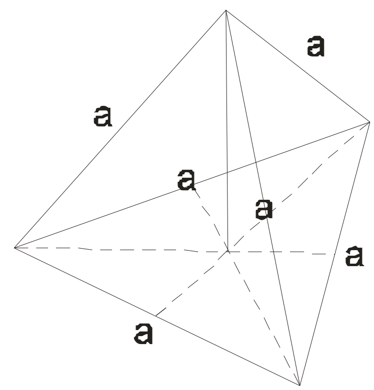
$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{8^2 \cdot 3}{3}$$

$$V = 64cm^3$$

314. Ивица правилне једнакоивичне тростране пирамиде је 6 cm. Израчунати површину пирамиде.

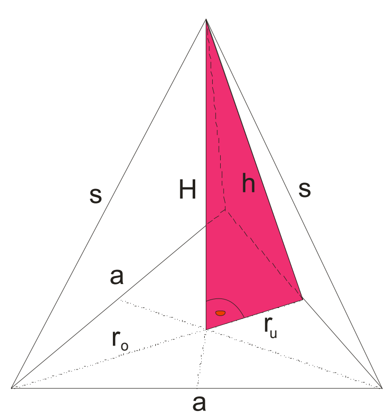


TETRAEDAR

Kako je piramida jednakoivična (a = s) , njena površina se sastoji iz površine 4 jednakostranična trougla!

$$P = 4\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$
$$P = a^2\sqrt{3}$$
$$P = 6^2\sqrt{3}$$
$$P = 36\sqrt{6}cm^2$$

315. Израчунати површину правилне тростране пирамиде ако је основна ивица $20\sqrt{3}$ cm, а висина пирамиде је 24 cm.



Primenom Pitagorine teoreme dobijamo apotemu h . Da vas podsetimo: $r_u = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$$h^2 = H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2$$

$$h^2 = 24^2 + \left(\frac{20\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{6}\right)^2$$

$$h^2 = 576 + \left(\frac{20\cdot 3}{6}\right)^2$$

$$h^2 = 576 + 100$$

$$h^2 = 676$$

$$h = 26cm$$

$$P = B + M$$

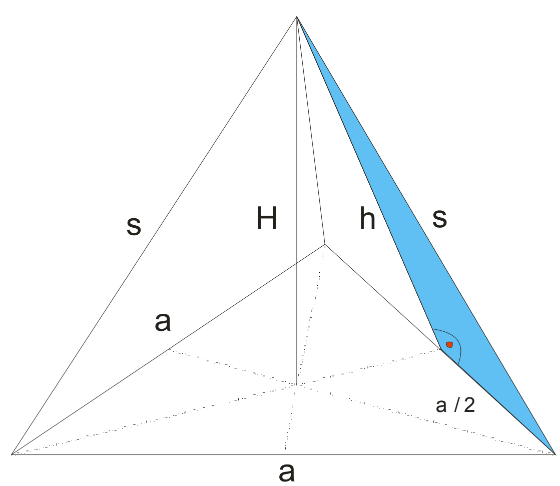
$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3\cdot\frac{a\cdot h}{2}$$

$$P = \frac{400\cdot 3\sqrt{3}}{4} + 3\cdot\frac{20\sqrt{3}\cdot 26}{2}$$

$$P = 300\sqrt{3} + 780\sqrt{3}$$

$$P = 1080\sqrt{3}cm^2$$

316. Основна ивица правилне тростране пирамиде је 8 cm, а бочна ивица је 5 cm. Израчунати површину пирамиде.



$$h^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 5^2 - 4^2$$

$$h^2 = 25 - 16$$

$$h^2 = 9$$

$$h = 3cm$$

$P = B + M$

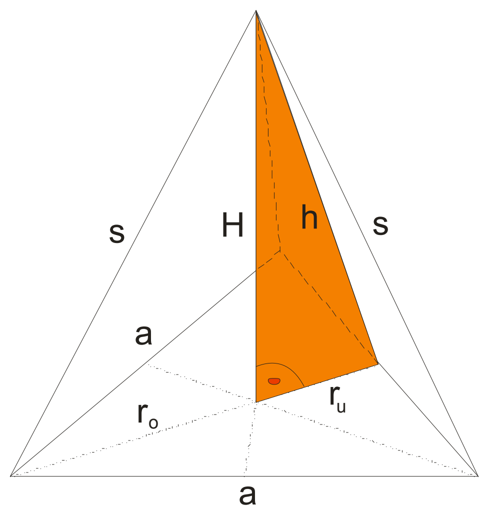
$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{a \cdot h}{2}$

$P = \frac{8^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{8 \cdot 3}{2}$

$P = \left(16\sqrt{3} + 36\right) cm^2$

Pazi: moramo da stavimo rešenje u zagradu ako ne izvlačimo zajednički!

317. Израчунати запремину правилне тростране пирамиде ако је апотема 13 cm, а висина пирамиде 12 cm.



$\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 = h^2 - H^2$

$\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 = 13^2 - 12^2$

$\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 = 25$

$\frac{a\sqrt{3}}{6} = 5$

$a\sqrt{3} = 30$

$a = \frac{30}{\sqrt{3}}$ racionališemo...

$a = \frac{30}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$a = \frac{30\sqrt{3}}{3}$

$a = 10\sqrt{3} cm$

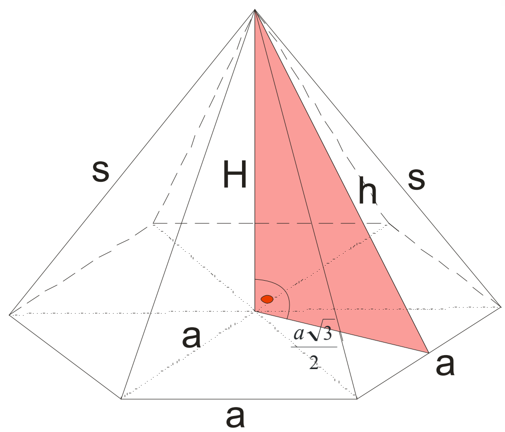
$$V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot H$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot H$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{100\cdot 3\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot 12$$

$$V=300\sqrt{3}cm^2$$

318. Израчунати површину и запремину правилне шестостране пирамиде ако је основна ивица 6 cm, а висина пирамиде је 3 cm.



$$h^2=H^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$h^2=3^2+\left(\frac{6\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$h^2=9+27$$

$$h^2=36$$

$$h=6cm$$

$$P=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+6\cdot\frac{a\cdot h}{2}$$

$$P=6\cdot\frac{36\sqrt{3}}{4}+6\cdot\frac{6\cdot 6}{2}=54\sqrt{3}+108=54\sqrt{3}+54\cdot 2$$

$$P=54\left(\sqrt{3}+2\right)cm^2$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot H$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot 3$$

$$V=\frac{36\sqrt{3}}{2}\cdot 3$$

$$V=54\sqrt{3}cm^2$$

319. Израчунати запремину правилне шестостране пирамиде ако је површина омотача $120\sqrt{3}\,cm^2$, а основна ивица је $4\sqrt{3}$ cm.

Iz površine omotača ćemo naći apotemu:

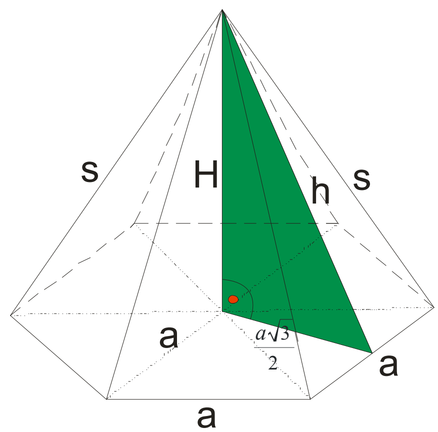
$$M = 6\frac{a \cdot h}{2}$$

$$120\sqrt{3} = 6 \cdot \frac{4\sqrt{3} \cdot h}{2}$$

$$120\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \cdot h$$

$$h = 10cm$$

Dalje nam treba visina H, dakle i slika…



$$H^2 = h^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$H^2 = 10^2 - \left(\frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$H^2 = 10^2 - 6^2$$

$$H^2 = 100 - 36$$

$$H^2 = 64$$

$$H = 8cm$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H$$

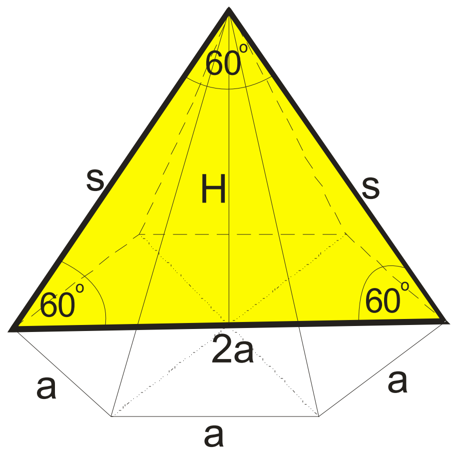
$$V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot H$$

$$V = \frac{\left(4\sqrt{3}\right)^2 \sqrt{3}}{2} \cdot 8$$

$$V = 16 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 4$$

$$V = 192\sqrt{3}cm^3$$

320. Дијагонални пресек правилне шестостране пирамиде је једнакостранични троугао странице 10 cm. Израчунати запремину пирамиде.



Dijagonalni presek je jednakostranični trougao, dakle s = 2a, pa je :

$$2a = 10$$
$$a = 5cm$$

Visina piramide je ustvari visina tog jednakostraničnog trougla stranice 10cm, pa je :

$$H = \frac{s \cdot \sqrt{3}}{2}$$
$$H = \frac{10\sqrt{3}}{2}$$
$$H = 5\sqrt{3}cm$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot H$$
$$V = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 5\sqrt{3}$$
$$V = \frac{125 \cdot 3}{2}$$
$$V = \frac{375}{2}$$
$$V = 187,5cm^3$$

321. Правилна шестострана пирамида има запремину $352\sqrt{3}\ cm^3$ и основну ивицу дужине 8 cm. Израчунати:

А) висину;

Б) апотему;

В) површину пирамиде.

a) Iskoristićemo zapreminu da nađemo H.

$$V = \frac{1}{3}6\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot H = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\cdot H$$

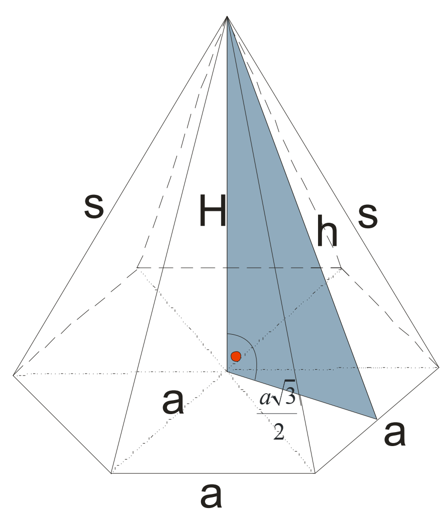
$$352\sqrt{3} = \frac{8^2\sqrt{3}}{2}\cdot H$$

$$352 = 32H$$

$$H = \frac{352}{32}$$

$$H = 11cm$$

b)



$$h^2 = H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 11^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$h^2 = 121 + 16\cdot 3$$

$$h^2 = 169$$

$$h = 13cm$$

v)

$$P = B + M$$

$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6\frac{a \cdot h}{2}$$

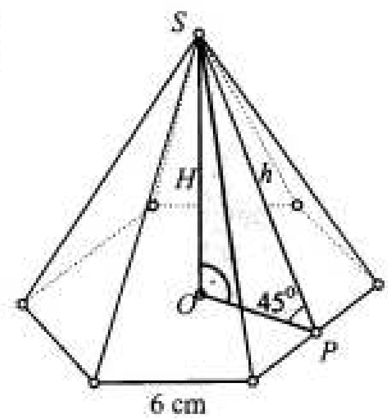
$$P = 6 \cdot \frac{8^2\sqrt{3}}{4} + 6\frac{8 \cdot 13}{2}$$

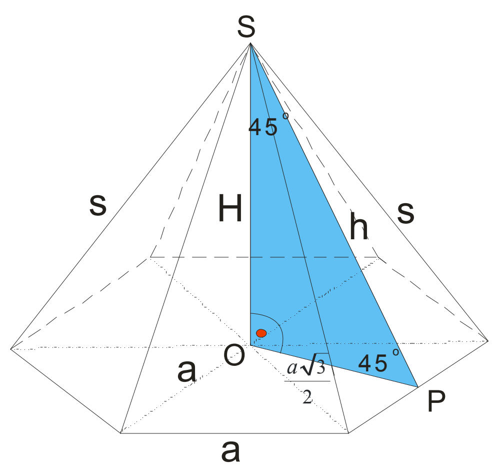
$$P = 6 \cdot \frac{64\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot 4 \cdot 13$$

$$P = 96\sqrt{3} + 52 = 24 \cdot 4\sqrt{3} + 24 \cdot 13$$

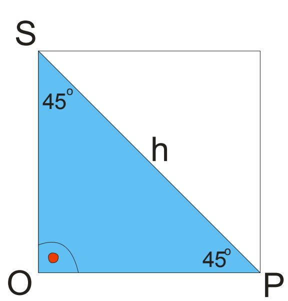
$$P = 24\left(4\sqrt{3} + 13\right)cm^2$$

322. Израчунати површину правилне шестостране пирамиде ако је основна ивица 6 cm, а угао између бочне стране и равни основе 45°.





Osenčeni trougao je jednakokrako- pravougli!



On je polovina kvadrata. Dakle, h je dijagonala tog kvadrata čija je stranica OP.

$$d_{\square} = a_{\square}\sqrt{2}$$
$$h = OP \cdot \sqrt{2}$$
$$h = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$
$$h = 3\sqrt{6}cm$$

$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6\frac{a \cdot h}{2}$$
$$P = 6 \cdot \frac{36\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \frac{6 \cdot 3\sqrt{6}}{2} = 54\sqrt{3} + 54\sqrt{6}$$
$$P = 54\left(\sqrt{3} + \sqrt{6}\right)cm^2$$