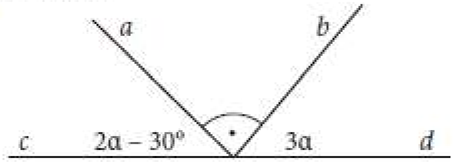
271. Израчунај угао α ако су праве a и b на слици нормалне. Прикажи поступак.



α = ______

Rešenje:

Vidimo da zbir ova tri ugla daje 180 stepeni. Dakle imamo:

$$2\alpha - 30^0 + 90^0 + 3\alpha = 180^0$$

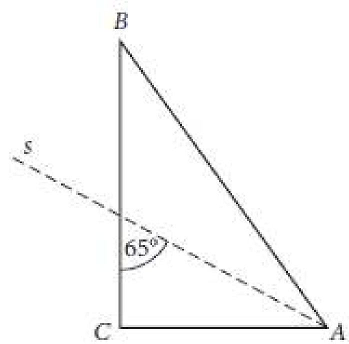
$$2\alpha + 3\alpha = 180^0 + 30^0 - 90^0$$

$$5\alpha = 120^0$$

$$\alpha = \frac{120^0}{5}$$

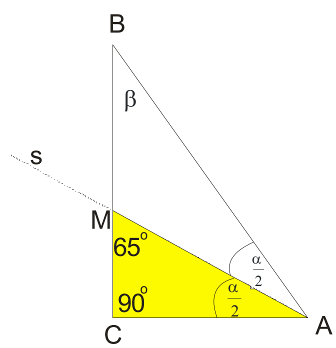
$$\boxed{\alpha = 24^0}$$

272. Симетрала s унутрашњег угла код темена A правоуглог троугла ABC гради са наспрамном катетом угао од 65°. Израчунај унутрашњи угао код темена A и унутрашњи угао код темена B троугла ABC.



Унутрашњи угао код темена A је ____и унутрашњи угао код темена B је ____.

Rešenje:

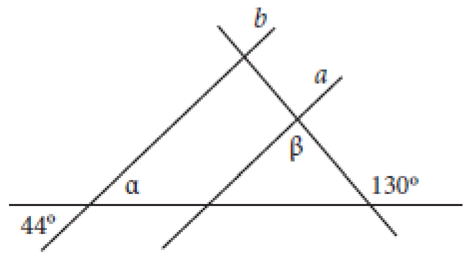


Simetrala ugla deli ugao na dva jednaka dela. Uočimo žuti trougao MAC. Znamo da je zbir uglova u svakom trouglu 180 stepeni: $\frac{\alpha}{2} + 90^0 + 65^0 = 180^0 \rightarrow \frac{\alpha}{2} + 155^0 = 180^0 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 25^0 \rightarrow \boxed{\alpha = 50^0}$

Kako je trougao pravougli : $\alpha + \beta = 90^0 \rightarrow 50^0 + \beta = 90^0 \rightarrow \boxed{\beta = 40^0}$

Unutrašnji ugao kod temena A je 50^0 i unutrašnji ugao kod temena B je 40^0.

273. Ако је $a \parallel b$, израчунај углове α и β.



α= ______ и β = ______

Rešenje:

Podsetite se u pripremnom fajlu koji su to uglovi na transverzali.

Uglovi označeni žutom bojom su jednaki (nisu izračunati jer nam ne trebaju za zadatak) a sa slike 1.

Lako zaključujemo vrednost za ugao **alfa**. Ta ista vrednost će biti i za odgovarajući ugao unutar trougla na slici 2.

Spoljašnji ugao od 130^0 nam govori da će njegov odgovarajući unutrašnji biti 50^0.

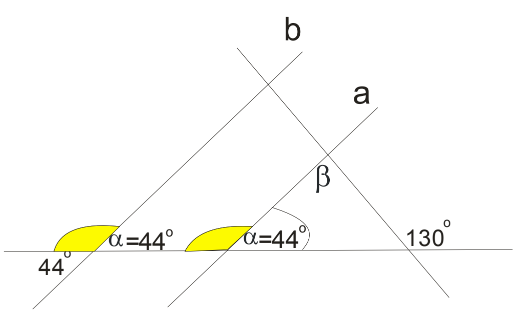
I na kraju iskoristimo da je zbir uglova u trouglu 180^0.

$$44^0 + 50^0 + \beta = 180^0$$

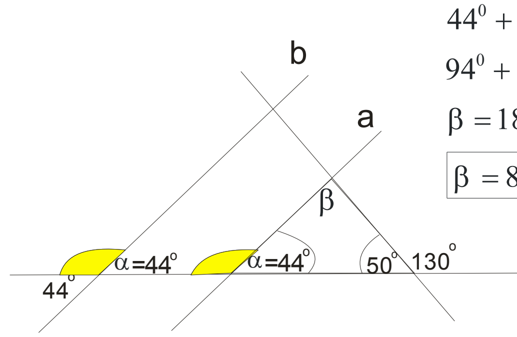
$$94^0 + \beta = 180^0$$

$$\beta = 180^0 - 94^0$$

$$\boxed{\beta = 86^0}$$



slika 1.



slika 2.

Odgovor:

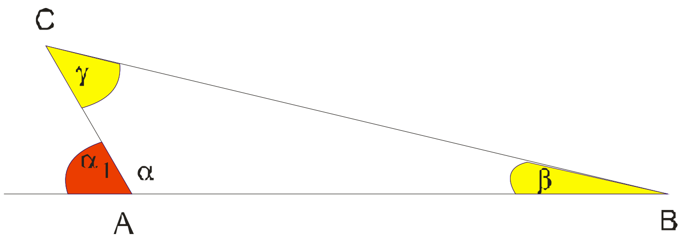
$\alpha = 44^0$ i $\beta = 86^0$

274. У троуглу ABC познати су унутрашњи угао $\beta = 25° 15'$ и спољашњи угао $\alpha_1 = 60° 15'$.
Израчунај унутрашњи угао γ.

Прикажи поступак.

$\gamma =$ ______

Rešenje:



I način

$\alpha + \alpha_1 = 180^{\circ}$

$\alpha = 180^{\circ} - \alpha_1$

$\alpha = 180^{\circ} - 60^{\circ}15'$

$\alpha = 119^{\circ}45'$

$$\begin{array}{r} 179^{\circ}60' \\ \cancel{180^{\circ}} \\ -\ 60^{\circ}15' \\ \hline 119^{\circ}45' \end{array}$$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$

$\gamma = 180^0 - (\alpha + \beta)$

$\gamma = 180^0 - 145^{\circ}$

$\gamma = 35^{\circ}$

$$\begin{array}{r} 25^{\circ}15' \\ +119^{\circ}45' \\ \hline 144^{\circ}60' \end{array} = 145^{\circ}$$

II način

Iskoristimo teoremu da je spoljašnji ugao (crveni ugao) jednak zbiru dva unutrašnja nesusedna ugla (žuti uglovi)!

$\beta = 86^0$

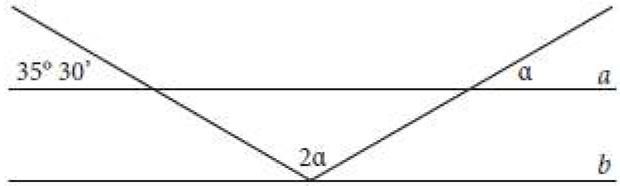
$\alpha_1 = \beta + \gamma$

$\gamma = \alpha_1 - \beta$

$\gamma = 60^0 15' - 25^0 15'$

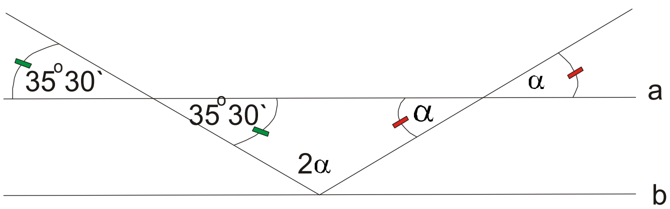
$\boxed{\gamma = 35^0}$

275. Ако су праве a и b паралелне, одреди колики је угао α. Прикажи поступак.

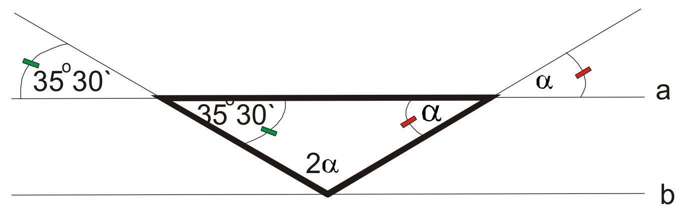


α = _______

Rešenje:



slika 1.



slika 2.

Najpre uočimo unakrsne uglove na slici 1. koji su jednaki (zeleni i crveni).

Na slici 2. je podebljan trougao iz koga ćemo pronaći nepoznati ugao!

$\alpha + 2\alpha + 35^0 30` = 180^0$

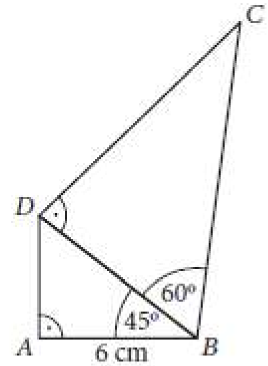
$3\alpha = 180^0 - 35^0 30`$

$3\alpha = 144^0 30`$

$\alpha = 144^0 30` : 3$ (pazite, posebno delimo stepene a posebno minute) 144:3=48 i 30 :3=10

$\boxed{\alpha = 48^0 10`}$

276. Израчунај обим четвороугла *ABCD* на слици.
Прикажи поступак.



$O =$ ____________________ cm.

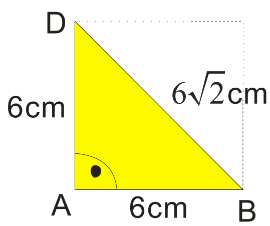
Rešenje:

Uočimo najpre da je trougao ABD jednakokrako pravougli trougao.

To nam govori da je AD = 6 cm.

U pripremnom fajlu smo govorili da je ovde zgodno izvršiti dopunu do punog kvadrata i da će onda stranica DB biti dijagonala tog kvadrata, a znamo da je formulica za dijagonalu kvadrata $a\sqrt{2}$.

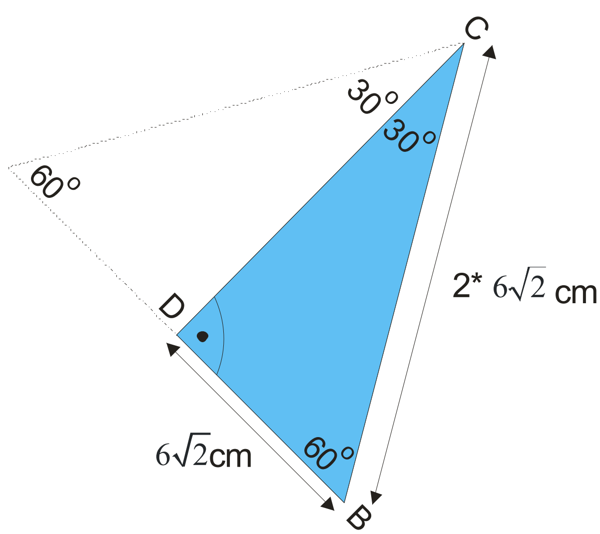
Pogledajmo sliku:



Znači, dobili smo BD= $6\sqrt{2}$ cm.

Naravno, ovo isto bi dobili primenom Pitagorine teoreme na dati trougao .

Posmatrajmo sada trougao BCD. On je očigledno polovina jednakostraničnog trougla, pa ćemo i njega dopuniti.



Stranica BC je dvostruko veća od stranice BD, pa je BC = $2 \cdot 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

DC je visina tog jednakostraničnog trougla čija je stranica $12\sqrt{2}$.

Preko formulice za visinu trougla, dobijamo:

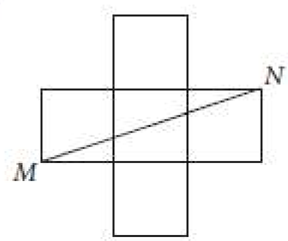
$$h_\Delta = \frac{a_\Delta \sqrt{3}}{2} \rightarrow DC = \frac{12\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{6}cm$$

Naravno, isto ovo bi dobili primenom Pitagorine teoreme na dati trougao!

Sad nam ostaje samo da saberemo dužine svih stranica i eto obima:

$$O = AB + BC + CD + AD$$
$$O = 6 + 12\sqrt{2} + 6\sqrt{6} + 6$$
$$O = 12 + 12\sqrt{2} + 6\sqrt{6}$$
$$\boxed{O = 6(2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{6})cm}$$

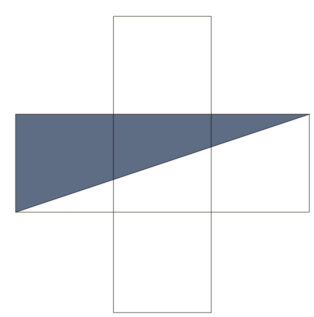
277. Фигура на слици састављена је од пет подударних квадрата.
Ако је $MN = 10$ cm, израчунај површину те фигуре.
Прикажи поступак.



Површина фигуре је ____ cm².

Rešenje:

Primenićemo Pitagorinu teoremu na trougao MNP.



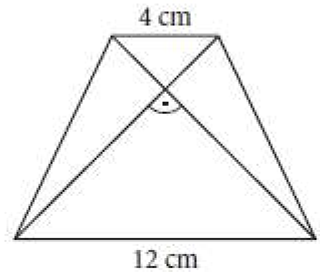
$$a^2 + (3a)^2 = 10^2$$
$$a^2 + 9a^2 = 100$$
$$10a^2 = 100$$
$$\boxed{a^2 = 10}$$

Ovo je površina jednog kvadratića. A pošto ih ima 5, površina figure će biti:

$$P_f = 5a^2$$
$$P_f = 5 \cdot 10$$
$$\boxed{P_f = 50cm^2}$$

Površina figure je $50cm^2$

278. Дијагонале једнакокраког трапеза секу се под правим углом. Ако су дужине основица трапеза 12 cm и 4 cm, израчунај површину трапеза.
Прикажи поступак.

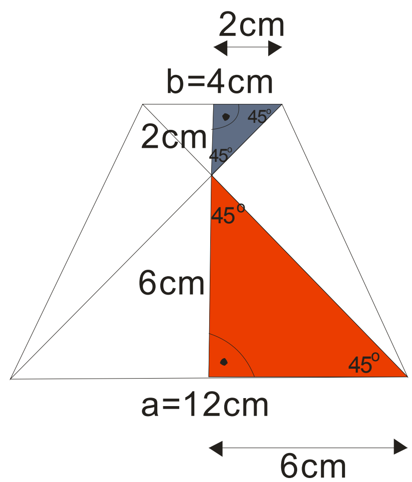


Површина трапеза је ____ cm².

Rešenje:

Proučimo najpre datu sliku.

Dijagonale se seku pod pravim uglom, tako da dole i gore imamo jednakokrako pravougle trouglove!



Označeni trouglovi su takodje jednakokrako pravougli, pa će visina celog trapeza biti: h= 6+2 = 8cm

Sad nije teško naći površinu:

$$P=\frac{a+b}{2}\cdot h$$

$$P=\frac{12+4}{2}\cdot 8$$

$$P=\frac{16}{2}\cdot 8$$

$$P=8\cdot 8\rightarrow \boxed{P=64cm^2}$$

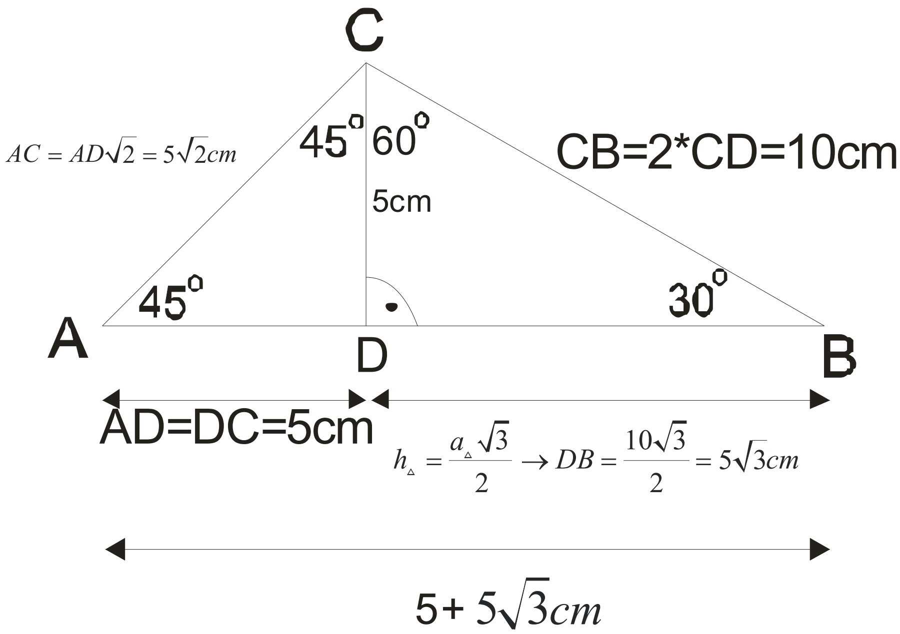
Površina trapeza je $64cm^2$

279. Израчунај обим троугла ABC, ако је висина која одговара страници AB једнака 5 cm, унутрашњи угао код темена A је 45° и унутрашњи угао код темена B је 30°.

Прикажи поступак.

Rešenje:

Slika je ovde neophodna!



Najpre nadjemo uglove ova dva trougla.

Vršimo dopune do punog kvadrata (na trouglu ADC) i dopunu do jednakostraničnog trougla (na trouglu DBC),

vrlo slično kao kod zadatka 256.

Na taj način dobijamo dužine stranica:

AB = $\left(5+5\sqrt{3}\right)cm$

BC = 10cm

AC= $5\sqrt{2}cm$

Tražimo obim, dakle:

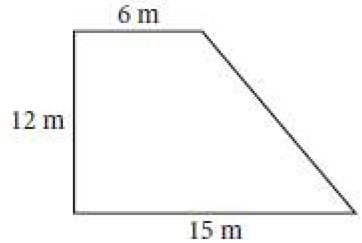
$$O = 5+5\sqrt{3}+10+5\sqrt{2}$$

$$O = 15+5\sqrt{3}+5\sqrt{2}$$

$$\boxed{O = 5(3+\sqrt{3}+\sqrt{2})cm}$$

280. Колико метара жице је потребно да би се оградило двориште облика правоуглог трапеза као на слици?

Прикажи поступак.



Потребно је _____ m жице.

Rešenje:

Mi ustvari tražimo obim ovog trapeza! Moramo naći nepoznatu stranicu c. Pogledajmo sliku:

$c^2 = (a-b)^2 + h^2$

$c^2 = 9^2 + 12^2$

$c^2 = 81 + 144$

$c^2 = 225$

$c = \sqrt{225}$

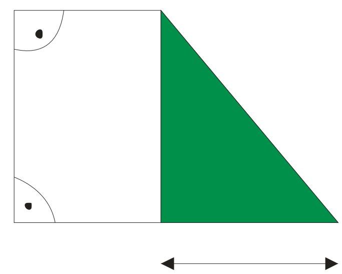
$\boxed{c = 15m}$

Obim je onda:

$O = a + b + c + h$

$O = 15 + 6 + 15 + 12$

$\boxed{O = 48m}$

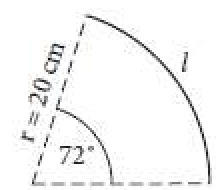


Odgovor na postavljeno pitanje je:

Potrebno je 48 m žice.

281. На слици је кружни лук датог полупречника и централног угла. Колика је дужина полупречника круга чији је обим једнак дужини тог лука *l*?

Прикажи поступак.



Дужина полупречника тог круга је ____ cm.

Rešenje:

$l = \frac{r\pi\alpha}{180^0}$

$l = \frac{20\pi \cdot 72^0}{180^0}$

$\boxed{l = 8\pi cm}$

sad tražimo poluprečnik kruga čiji je obim $8\pi cm$ **:**

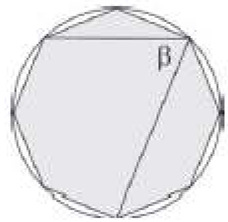
$O = 2r\pi$

$8\cancel{\pi} = 2r\cancel{\pi}$

$r = \frac{8}{2} \rightarrow \boxed{r = 4cm}$

Dužina poluprečnika tog kruga je 4cm.

282. На слици је правилан осмоугао уписан у круг. Израчунај угао β. Прикажи поступак.



Rešenje:

Odredimo najpre koliko je jedan unutrašnji ugao osmougla! (pogledajte pripremni fajl MNOGOUGAO)

$$\alpha_1 = \frac{360^0}{n}$$

$$\alpha_1 = \frac{360^0}{8}$$

$$\alpha_1 = 45^0$$

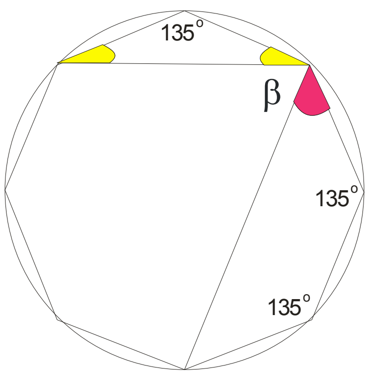
Našli smo jedan spoljašnji ugao, pa je

$$\alpha + \alpha_1 = 180^0$$

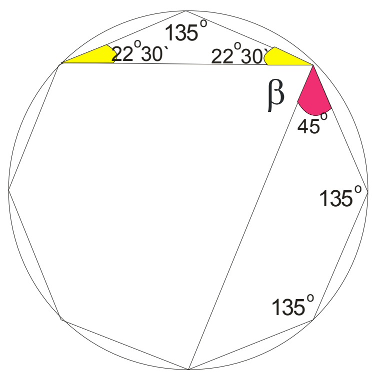
$$\alpha + 45^0 = 180^0$$

$$\alpha = 180^0 - 45^0 \rightarrow \boxed{\alpha = 135^0}$$

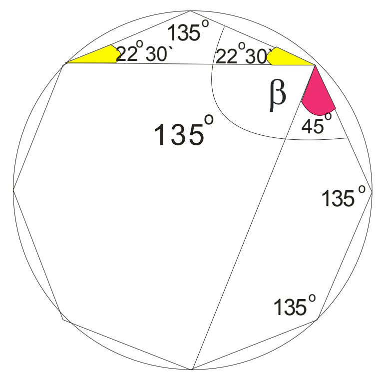
Pogledajmo sada sliku 1.:



slika 1.



slika 2.



slika 3.

Uočimo žute uglove jednakokrakog trouga sa uglom od 135^0.

Znamo da je zbir unutrašnjih uglova u svakom trouglu 180^0. Znači da će žuti uglovi iznositi po $22^0 30`$.

Uočimo jednakokraki trapez čija su dva veća ugla po 135^0. Znamo da će crveni ugao onda biti 45^0.

To sve smo upisali na slici 2.

Sad vidimo da žuti ugao, crveni ugao i nepoznati ugao β ustvari daju jedan unutrašnji ugao osmougla.

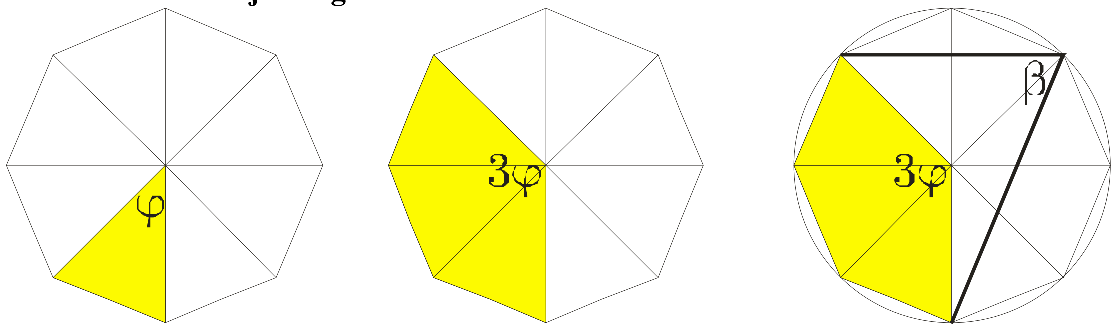
Dakle:

$$22^0 30` + 45^0 + \beta = 135^0$$

$$\beta = 135^0 - 67^0 30`$$

$$\boxed{\beta = 67^0 30`}$$

II način za rešavanje ovog zadatka:



Uočimo jedan karakteristični trougao (žuti) na prvoj slici.

Centralni ugao računamo: $\varphi = \frac{360^0}{n} \to \varphi = \frac{360^0}{8} = 45^0$

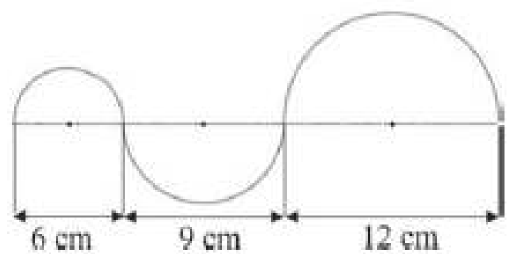
Na drugoj slici uočimo ugao $3\varphi = 3 \cdot 45^0 = 135^0$

Ugao β je periferijski ugao a ugao $3\varphi = 135^0$ je centralni ugao nad istim lukom !

Onda je β upola manji od centralnog ugla, pa je $\beta = \frac{135^0}{2} \to \boxed{\beta = 67^0 30`}$

283. Израчунај дужину криве линије на слици.

Прикажи поступак.



Дужина криве линије је ____ cm.

Rešenje:

Iz čega se sastoji ova kriva linija?

Nju sačinjavaju TRI POLUOBIMA datih krugova čije prečnike možemo pročitati sa slike!

Za prvi polukrug je $2r_1 = 6$

Za drugi polukrug je $2r_2 = 9$

Za treći polukrug je $2r_3 = 12$

$$O = \frac{O_1}{2} + \frac{O_2}{2} + \frac{O_3}{2}$$

$$O = \frac{2r_1\pi}{2} + \frac{2r_2\pi}{2} + \frac{2r_3\pi}{2}$$

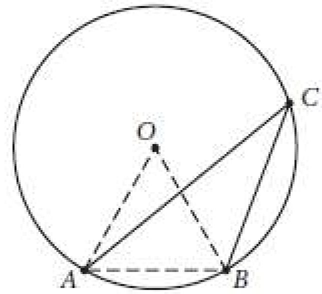
$$O = \frac{6\pi}{2} + \frac{9\pi}{2} + \frac{12\pi}{2}$$

$$O = \frac{27\pi}{2}$$

$$\boxed{O = 13,5\pi cm}$$

Dužina krive linije je $13,5\pi cm$**.**

284. Ако је дужина тетиве *AB* једнака полупречнику круга, израчунај меру угла *ACB*. Прикажи поступак.

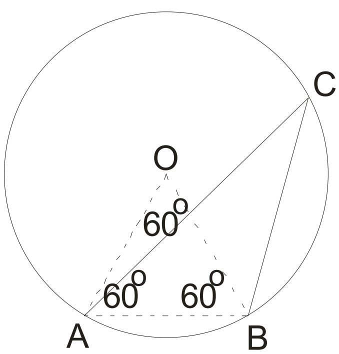


Мера угла *ACB* је ______.

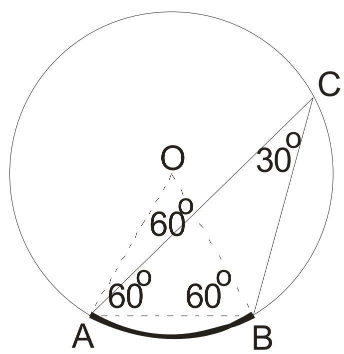
Rešenje:

Pogledajte pripremni fajl KRUG.

Dužina tetive je jednaka poluprečniku, to nam govori da je trougao ABO jednakostraničan i da su mu svi uglovi od po 60 stepeni. (slika 1.)



slika 1.



slika 2.

Nad istim lukom, centralni ugao je dva puta veći od periferijskog!

Pogledajmo luk AB. Njemu odgovara centralni ugao AOB od 60^0 i odgovara mu periferijski ugao ACB.

Pošto taj periferijski ugao mora biti duplo manji od centralnog koji je 60^0.

Dakle:

Mera ugla ACB je 30^0. (slika 2.)

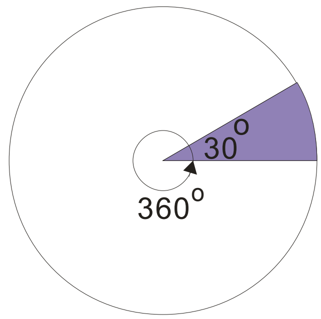
285. Колико пута је површина кружног исечка, чији је централни угао 30°, мања од површине круга?

Прикажи поступак.

Мања је ____ пута.

Rešenje:

Pitamo se koji deo površine kruga zauzima taj kružni isečak?



Ceo krug je 360^0, a kako je 360:30 = 12, zaključujemo:

Manja je 12 puta.

286. Срђан жели да Петру поклони лопту и потребна му је одговарајућа кутија. Обим великог круга лопте је 125,6 cm. У продавници се налазе кутије у облику коцке. Одабери кутију најмање запремине у коју ће стати лопта.

Прикажи поступак.

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) кутија ивице 50 cm

б) кутија ивице 40 cm

в) кутија ивице 30 cm

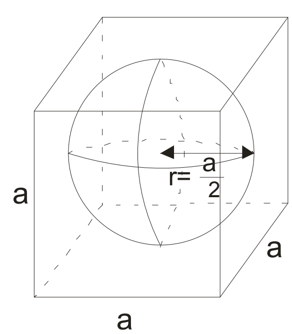
г) кутија ивице 20 cm

Rešenje:

Iz obima velikog kruga lopte ćemo izračunati poluprečnik lopte:

$$O = 2r\pi$$
$$125{,}6 = 2r \cdot 3{,}14$$
$$125{,}6 = 6{,}28r$$
$$r = \frac{125{,}6}{6{,}28}$$
$$\boxed{r = 20cm}$$

Pogledajmo sliku:



Vidimo da je poluprečnik lopte jednak polovini stranice kocke. Onda je a= 2r , pa je a = 40cm.

Odgovor na postavljeno pitanje je pod:

а) кутија ивице 50 cm

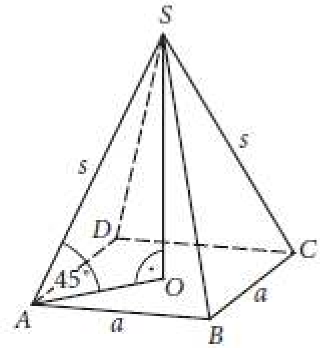
б) кутија ивице 40 cm

в) кутија ивице 30 cm

г) кутија ивице 20 cm

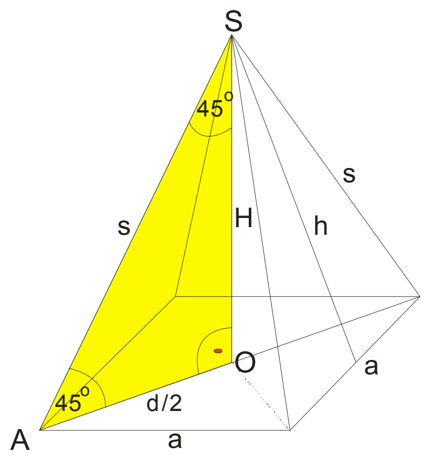
б) kutija ivice 40cm.

287. Правилна четворострана пирамида има запремину $V = 36\sqrt{2}$ cm³. Троугао SAC је једнакокрако правоугли. Израчунај дужину основне ивице те пирамиде.
Прикажи поступак.



Дужина основне ивице је ____ cm.

Rešenje:



Trougao AOS je takodje jednakokrako pravougli, pa je : $H = \frac{d}{2} \rightarrow \boxed{H = \frac{a\sqrt{2}}{2}}$

Podjimo sada od formule za zapreminu , jer nam je ona data.

$V = \frac{1}{3}a^2 H$ zamenimo da je $H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$V = \frac{1}{3}a^2 \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

$36\cancel{\sqrt{2}} = \frac{a^3\cancel{\sqrt{2}}}{6}$

$\frac{a^3}{6}=36$

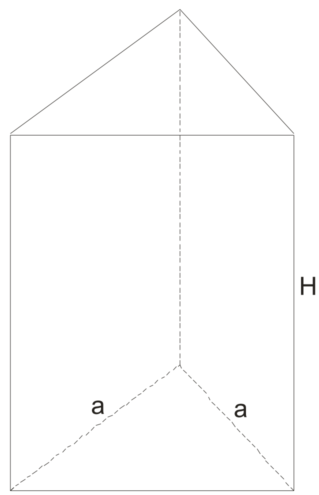
$a^3 = 36 \cdot 6$

$a^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 \rightarrow \boxed{a = 6cm}$

Dužina osnovne ivice je 6cm.

288. Површина правилне тростране призме је $P = 56\sqrt{3}$ cm², а основна ивица је 8 cm.
Колика је висина ове призме?
Прикажи поступак.
Висина ове призме је____cm.

Rešenje:



Krećemo od formule za površinu prizme:

$$P = 2B + M$$

$$P = 2\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3aH$$

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH$$

$$56\sqrt{3} = \frac{8^2\sqrt{3}}{2} + 3\cdot 8\cdot H$$

$$56\sqrt{3} = \frac{64\sqrt{3}}{2} + 24\cdot H$$

$$56\sqrt{3} = 32\sqrt{3} + 24\cdot H$$

$$24\cdot H = 56\sqrt{3} - 32\sqrt{3}$$

$$24\cdot H = 24\sqrt{3}$$

$$H = \frac{\cancel{24}\sqrt{3}}{\cancel{24}} \rightarrow \boxed{H = \sqrt{3}cm}$$

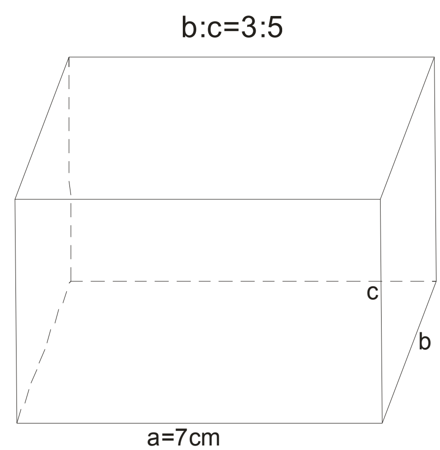
Visina ove prizme je $\sqrt{3}cm$.

289. Једна ивица квадра је 7 cm, а размера друге две ивице је 3 : 5. Колика је површина квадра ако је његова запремина 420 cm^3?

Прикажи поступак.

Површина квадра је ___ cm^2.

Rešenje:



$a = 7cm$

$b : c = 3 : 5 \rightarrow b = 3k$ i c=5k

$\underline{V = 420cm^3}$

$P = ?$

$V = abc$

$420 = 7 \cdot 3k \cdot 5k$

$420 = 105k^2$

$k^2 = \frac{420}{105} \rightarrow k^2 = 4 \rightarrow \boxed{k = 2}$ vratimo u $b = 3k$ i c=5k

$b = 3 \cdot 2 = 6cm$

$c = 5 \cdot 2 = 10cm$

$P = 2(ab + ac + bc)$

$P = 2(7 \cdot 6 + 7 \cdot 10 + 6 \cdot 10)$

$P = 2(42 + 70 + 60)$

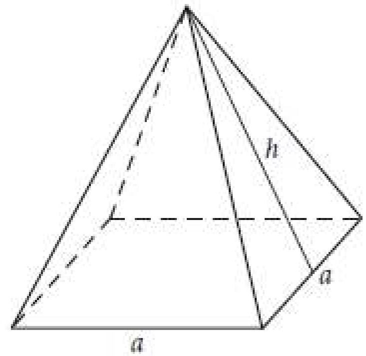
$P = 2 \cdot 172$

$\boxed{P = 344cm^2}$

Površina kvadra je 344cm ^{2} .

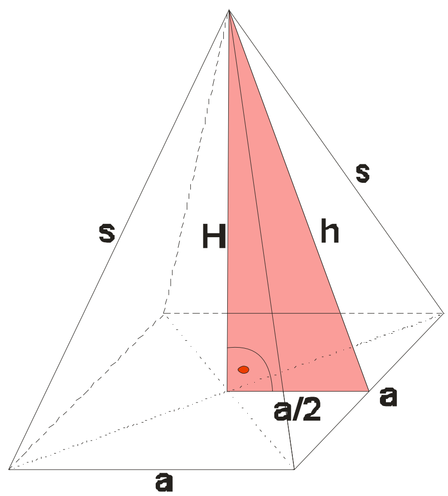
290. Израчунај запремину правилне четворостране пирамиде ако је ивица основе $a = 10$ cm, а висина бочне стране $h = 13$ cm.

Прикажи поступак.



Запремина пирамиде је ________ cm³.

Rešenje:



Primenom Pitagorine teoreme na označeni trougao ćemo naći dužinu visine piramide H.

$a = 10cm$

$\underline{h = 13cm}$

$V = ?$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + H^2 = h^2$$

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2 + H^2 = 13^2$$

$$25 + H^2 = 169$$

$$H^2 = 169 - 25$$

$$H^2 = 144 \rightarrow H = \sqrt{144} \rightarrow \boxed{H = 12cm}$$

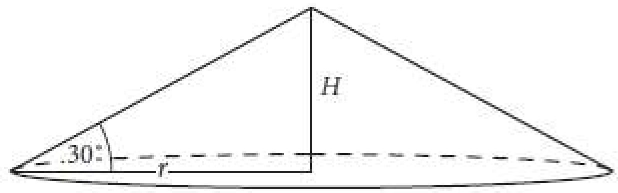
$$V = \frac{1}{3}BH$$

$$V = \frac{1}{3}a^2H$$

$$V = \frac{1}{\cancel{3}}10^2 \cdot \cancel{12}^{4} \rightarrow V = 100 \cdot 4 \rightarrow \boxed{V = 400cm^3}$$

Zapremina piramide je $400cm^3$**.**

291. Изводница купе чија је површина основе 108π cm² са полупречником основе гради угао од 30°. Колико је пута запремина те купе већа од запремине лопте полупречника 3 cm? Прикажи поступак.

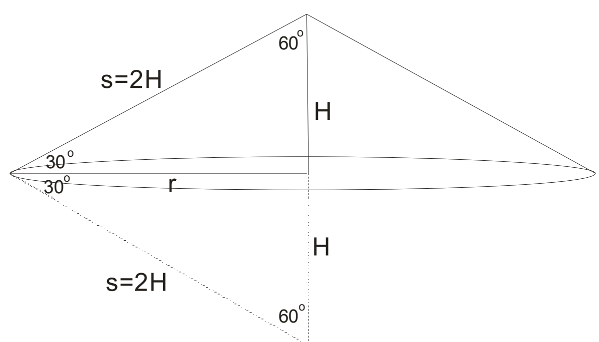


Запремина купе је ___ пута већа од запремине лопте.

Rešenje:

Iz površine osnove kupe ćemo naći dužinu poluprečnika:

$$B = r^2\pi$$
$$108\cancel{\pi} = r^2\cancel{\pi}$$
$$r^2 = 108$$
$$r = \sqrt{108} = \sqrt{36\cdot 3} = 6\sqrt{3}cm$$
$$\boxed{r = 6\sqrt{3}cm}$$



Vršimo dopunu do jednakostraničnog trouga. Visina tog trougla je r , a stranica tog trougla je 2H.

$$h_{\Delta} = \frac{a_{\Delta}\sqrt{3}}{2}$$
$$6\cancel{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{2}H\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}} \rightarrow \boxed{H = 6cm}$$

Sad nije teško naći zapreminu kupe:

$$V_k = \frac{1}{3}BH$$
$$V_k = \frac{1}{\cancel{3}}108\pi\cdot\overset{2}{\cancel{6}}$$
$$\boxed{V_k = 216\pi cm^3}$$

Zapremina lopte je:

$$V_l = \frac{4}{3}r^3\pi$$
$$V_l = \frac{4}{3}3^3\pi$$
$$V_l = \frac{4}{\cancel{3}}\cdot\overset{9}{\cancel{27}}\pi$$
$$\boxed{V_l = 36\pi cm^3}$$

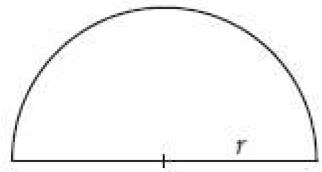
a odnos zapremina:

$$V_k : V_l = 216\cancel{\pi} : 36\cancel{\pi}$$
$$V_k : V_l = 6 \rightarrow \boxed{V_k = 6\cdot V_l}$$

Zapremina kupe je 6 puta veća od zapremine lopte.

292. Полукруг, чији је полупречник 18 cm, савијен је у омотач купе.
Колика је запремина купе?
Прикажи поступак.

Запремина купе је ____ cm^3.



Rešenje:

Izračunajmo najpre površinu ovog polukruga. (može da se tretira i kao kružni isečak sa centralnim uglom od 180^0)

$$P_{polukruga}=\frac{P_{kruga}}{2}=\frac{r^2\pi}{2}=\frac{18^2\pi}{2}=\frac{324\pi}{2}=\boxed{162\pi cm^2}$$

E sad razmišljamo da je ovo omotač kupe!

Znači da je površina omotača: M=$162\pi cm^2$ a dužina izvodnice s=18cm (ono što je r za isečak, tj. ovaj polukrug, to je s za kupu!)

Iz omotača kupe ćemo naći dužinu poluprečnika r.

$$M=sr\pi$$
$$162\cancel{\pi}=18r\cancel{\pi}$$
$$r=\frac{162}{18}\rightarrow\boxed{r=9cm}$$

Primenom Pitagorine teoreme dobijamo visinu kupe:

$$r^2+H^2=s^2$$
$$9^2+H^2=18^2$$
$$81+H^2=324$$
$$H^2=324-81$$
$$H^2=243$$
$$H=\sqrt{243}=\sqrt{81\cdot 3}=\boxed{9\sqrt{3}cm}$$

E sad nije teško naći zapreminu:

$$V=\frac{1}{3}r^2\pi H$$
$$V=\frac{1}{\cancel{3}}\cdot 9^2\pi\cdot\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{3}$$
$$V=81\pi\cdot 3\sqrt{3}$$
$$\boxed{V=243\pi\sqrt{3}cm^3}$$

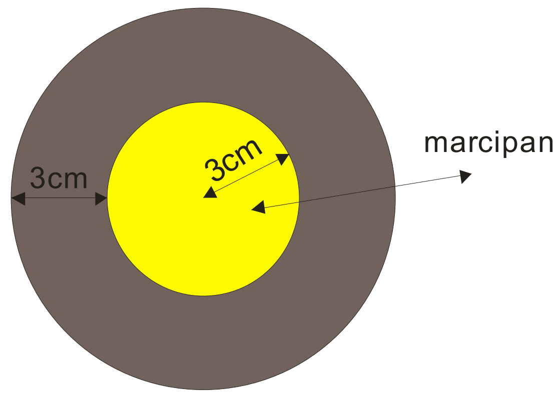
Zapremina kupe je $243\pi\sqrt{3}cm^3$

293. Колач је направљен у облику кугле која има два слоја.
Унутрашњи слој је од марципана и има полупречник 3 cm, а око њега је слој чоколаде дебљине 3 cm.
Колика је запремина дела колача од чоколаде у овом колачу?

Прикажи поступак.

Запремина дела колача од чоколаде у овом колачу је ____ cm^3.

Rešenje:



Ideja je da od zapremine cele lopte (kolača) poluprečnika 3+3 = 6 cm oduzmemo zapreminu unutrašnje lopte i na taj način dobijemo zapreminu omotača od čokolade!

$$V = V_1 - V_2$$

$$V = \frac{4}{3} r_1^3 \pi - \frac{4}{3} r_2^3 \pi$$ ako izvučemo zajednički ispred zagrade, imamo

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(r_1^3 - r_2^3\right)$$

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(6^3 - 3^3\right)$$

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(216 - 27\right)$$

$$V = \frac{4}{\cancel{3}}\pi \cdot \overset{63}{\cancel{189}} \rightarrow \boxed{V = 252\pi cm^3}$$

Zapremina dela kolača od čokolade u ovom kolaču je $252\pi cm^3$ **.**

294. Правоугли троугао, чије су катете $a = 9$ cm, $b = 12$ cm, ротира око катете b. Колики је однос између површине основе и површине омотача добијене купе?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) 1 : 1

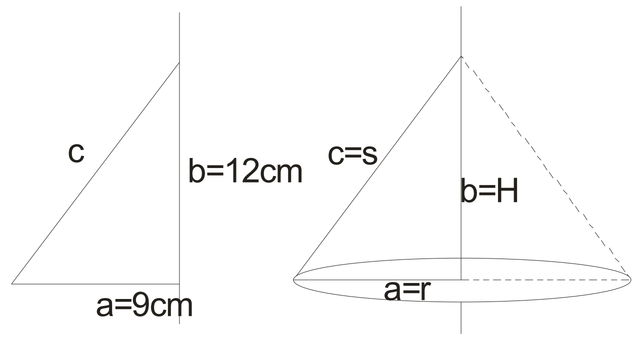
б) 3 : 4

в) 3 : 5

г) 4 : 5

Прикажи поступак.

Rešenje:



Obrtanje oko katete b

Najpre da preko Pitagore nadjemo dužinu izvodnice s.

$$r^2 + H^2 = s^2$$
$$9^2 + 12^2 = s^2$$
$$81 + 144 = s^2$$
$$s^2 = 225$$
$$s = \sqrt{225} \rightarrow \boxed{s = 15cm}$$

Sad tražimo odnos :

$$B : M = r^2 \cancel{\pi} : sr\cancel{\pi}$$
$$B : M = r\cancel{r} : s\cancel{r}$$
$$B : M = r : s$$
$$B : M = 9 : 15 \qquad \text{skratimo sa 3}$$
$$\boxed{B : M = 3 : 5}$$

Treba dakle zaokružiti odgovor pod v) 3:5

а) 1 : 1

б) 3 : 4

в) 3 : 5

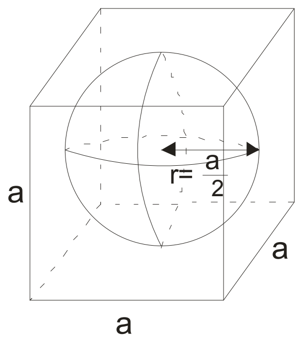
г) 4 : 5

295. Колика је површина највеће лопте која може да стане у кутију облика коцке ивице 20 cm?

Прикажи поступак.

Површина лопте је ____ cm².

Rešenje:



Poluprečnik lopte je onda polovina od 20 cm, to jest r = 10cm.

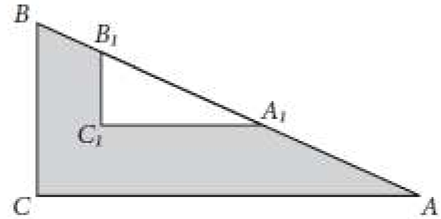
$$P = 4r^2\pi$$
$$P = 4 \cdot 10^2\pi$$
$$P = 4 \cdot 100\pi \rightarrow \boxed{P = 400\pi cm^2}$$

Površina lopte je $400\pi cm^2$**.**

296. Из правоуглог троугла ABC изрезан је правоугли троугао $A_1B_1C_1$ при чему је BC паралелно са B_1C_1. Ако је $AC = 12$ cm, $BC = 5$ cm и $A_1B_1 = 3{,}25$ cm, колика је површина осенченог дела троугла ABC?

Прикажи поступак.

Површина осенченог дела троугла на слици је_____cm^2.



Rešenje:

Obavezno pogledajte pripremni fajl SLIČNOST !

Primenom Pitagorine teoreme, najpre nadjemo dužinu hipotenuze AB

$$AB^2 = 12^2 + 5^2$$
$$AB^2 = 144 + 25$$
$$AB^2 = 169 \rightarrow \boxed{AB = 13cm}$$

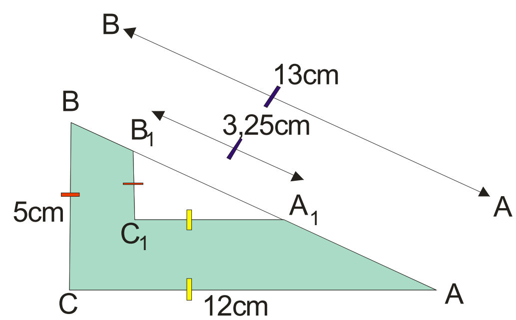
Trouglovi ABC i $A_1B_1C_1$ su slični jer imaju sva tri jednaka ugla.

Iz njihove sličnosti proizilazi proporcionalnost odgovarajućih stranica!

Na slici smo različitim bojama obeležili koja stranica kojoj odgovara:

$$B_1C_1 : BC = A_1B_1 : AB$$
$$B_1C_1 : 5 = 3,25 : 13$$
$$13 \cdot B_1C_1 = 3,25 \cdot 5$$
$$B_1C_1 = \frac{3,25 \cdot 5}{13} \rightarrow \boxed{B_1C_1 = 1,25cm}$$

$$A_1C_1 : AC = A_1B_1 : AB$$
$$A_1C_1 : 12 = 3,25 : 13$$
$$13 \cdot A_1C_1 = 3,25 \cdot 12$$
$$A_1C_1 = \frac{3,25 \cdot 12}{13} \rightarrow \boxed{A_1C_1 = 3cm}$$



Sad Nadjemo površinu celog trougla ABC, pa površinu malog trougla $A_1B_1C_1$ i oduzmemo ih!

$$P_{ABC} = \frac{12 \cdot 5}{2} \qquad \boxed{P_{ABC} = 30cm^2}$$

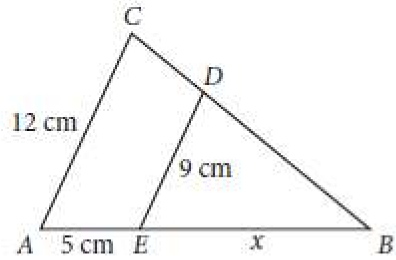
i

$$P_{A_1B_1C_1} = \frac{1,25 \cdot 3}{2} \qquad \boxed{P_{A_1B_1C_1} = 1,875cm^2}$$

Sad ih oduzmemo: P= 30-1,875= 28,125cm^2

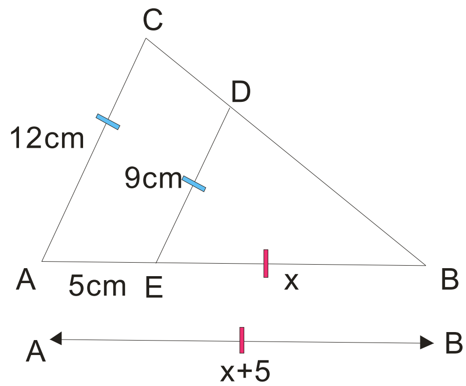
Površina osenčenog dela trougla na slici je 28,125cm^2 .

297. На слици је $AC \parallel ED$. Израчунај дужину дужи EB.
Прикажи поступак.



$EB =$ ____ cm.

Rešenje:



Uočimo da su trouglovi ABC i BDE slični (imaju jednake uglove). Onda je:

AB : BE = AC : DE

(x + 5) : x = 12 : 9

9 (x+5) =12x

9x +45 = 12x

9x – 12x = -45

-3x = -45

x =15cm

EB = 15cm

298. Обим једнакокраког троугла је 40 cm. Крак троугла је за 2 cm дужи од основице. Израчунај обим њему сличног троугла чија је основица 18 cm.

Прикажи поступак.

Обим тог троугла је ____ cm.

Rešenje:

Prvo ćemo izračunati dužinu osnovice i kraka prvog trougla.

$O = 40cm$

$\underline{b = a + 2}$

$O = a + 2b$

$40 = a + 2(a + 2)$

$40 = a + 2a + 4$

$40 = 3a + 4$

$3a = 40 - 4$

$3a = 36$

$\boxed{a = 12cm} \rightarrow \boxed{b = 14cm}$

sad idemo na formulicu:

$a : a_1 = O : O_1$

$12 : 18 = 40 : O_1$

$12O_1 = 18 \cdot 40$

$O_1 = \dfrac{18 \cdot 40}{12}$

$\boxed{O_1 = 60cm}$

Obim tog trougla je 60 cm.

299. Дуж MN је паралелна са дужи AB.
Ако је $MN : AB = 2 : 3$, колика је размера $CM : MA$?

Прикажи поступак.

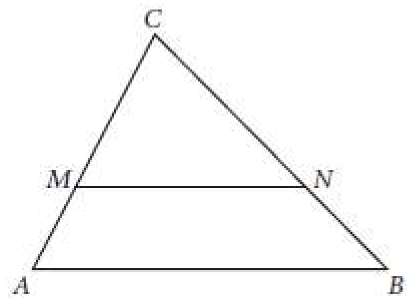
Заокружи слово испред тачног одговора.

а) 2 : 1

б) 3 : 1

в) 3 : 2

г) 2 : 3



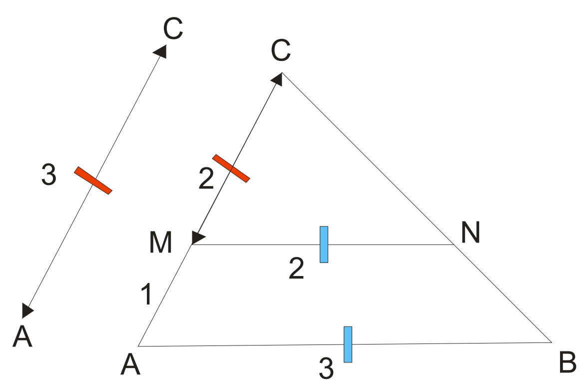
Rešenje:

Trouglovi ABC i MNC su slični. Oni imaju zajednički ugao kod temena C a $\measuredangle$BAC = $\measuredangle$NMC jer su uglovi sa paralelnim kracima. Takodje je $\measuredangle$ ABC = $\measuredangle$MNC – takodje sa paralelnim kracima

MN:AB=2:3

CM:AC=2:3

CM:MA=2:1



Treba zaokružiti odgovor pod a) 2:1

300. Код тачног тврђења заокружи реч Тачно, а код нетачног тврђења реч Нетачно.

Свака два једнакостранична троугла међусобно су слична.	Тачно	Нетачно
Свака два слична троугла имају једнаке обиме.	Тачно	Нетачно
Два једнакокрака троугла са углом при врху од 36° су слични троуглови.	Тачно	Нетачно
Сви правоугли троуглови међусобно су слични.	Тачно	Нетачно

Rešenje:

Svaka dva jednakostranična trougla su slična , jer imaju iste uglove od po 60^0. TAČNO

Svaka dva slična trougla imaju jednake obime . NETAČNO

Dva jednakokraka trougla sa uglom pri vrhu od 36^0 su slični trouglovi. TAČNO

Objašnjenje: onda će im i uglovi na osnovici biti jednaki : po 72^0

Svi pravougli trouglovi medjusobno su slični. NETAČNO

Objašnjenje: oni imaju jedan ugao isti (od 90^0**)** ali ostala dva mogu biti različita.

Dakle, zaokružujemo:

Свака два једнакостранична троугла међусобно су слична.	Тачно	Нетачно
Свака два слична троугла имају једнаке обиме.	Тачно	Нетачно
Два једнакокрака троугла са углом при врху од 36° су слични троуглови.	Тачно	Нетачно
Сви правоугли троуглови међусобно су слични.	Тачно	Нетачно