

NAPREDNI NOVO

Obrada podataka

- 286.** Одреди координате тачке A која припада графицима функција $y = 3x + 3$ и $-2x - 2 - y = 0$.
 $A(\underline{\quad}, \underline{\quad})$

Najjednostavniji način je rešiti sistem ove dve jednačine (rešenje sistema je tačka preseka ovih pravih)

$$y = 3x + 3$$

$$\underline{-2x - 2 - y = 0}$$

$$y = 3x + 3$$

$$\underline{-2x - 2 - (3x + 3) = 0}$$

$$y = 3x + 3$$

$$\underline{-2x - 2 - 3x - 3 = 0}$$

$$y = 3x + 3$$

$$\underline{-2x - 3x = +2 + 3}$$

$$y = 3x + 3$$

$$\underline{-5x = 5}$$

$$y = 3x + 3$$

$$\underline{x = -1}$$

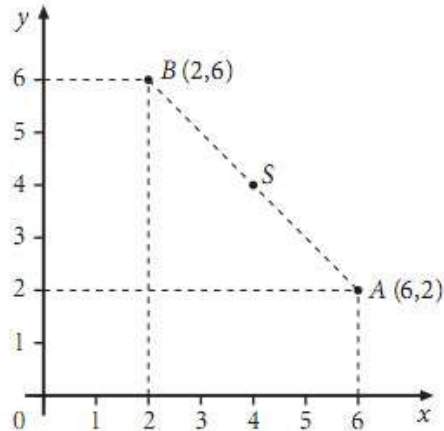
$$y = 3 \cdot (-1) + 3$$

$$y = -3 + 3$$

$$y = 0$$

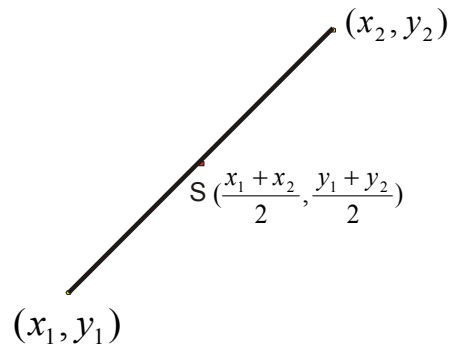
Rešenje sistema je tačka $A(-1, 0)$

- 287.** На слици су дате тачке $A(6, 2)$ и $B(2, 6)$. Тачка S је средиште дужи AB . Колико је средиште дужи BS удаљено од координатног почетка?



Средиште дужи BS удаљено је од координатног почетка $\underline{\quad}$.

Pogledajte još jednom pripremni fajl KOORDINATE i podsetite se formulica.



Dakle tačka S ima koordinate $S(x_s, y_s)$ gde je : $x_s = \frac{x_1+x_2}{2}$ i $y_s = \frac{y_1+y_2}{2}$

$$x_s = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y_s = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$$

Dakle, koordinate tačke S su $S(4,4)$.

Sad tražimo središte duži B(2,6) i S(4,4) . Neka je to tačka S'

$$x_{s'} = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad y_{s'} = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{6+4}{2} = 5$$

Dakle, koordinate tačke S' su $S'(3,5)$

Koordinatni početak je $O(0,0)$.

Rastojanje između dve tačke se računa po formuli:

$d(A,B) = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ a za našu situaciju je:

$$d(O,S') = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

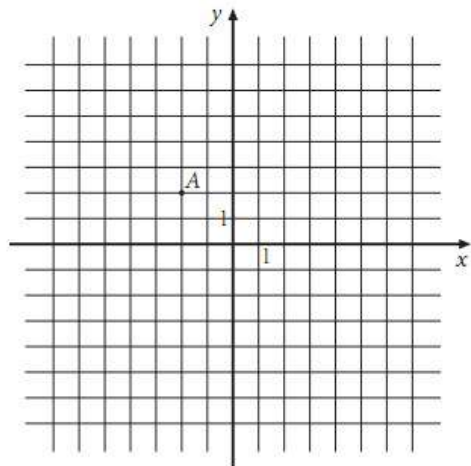
$$d(O,S') = \sqrt{(3-0)^2 + (5-0)^2}$$

$$d(O,S') = \sqrt{9+25}$$

$$\boxed{d(O,S') = \sqrt{34}}$$

Središte S' duži BS udaljeno je od koordinatnog početka za $\sqrt{34}$.

288. Уцртај све тачке у координатном систему чије су апсолутне вредности координата два пута веће од апсолутне вредности координата дате тачке.



Najpre dopišite brojeve na x i y osi. Onda vidimo da tačka A ima koordinate $A(-2,2)$.

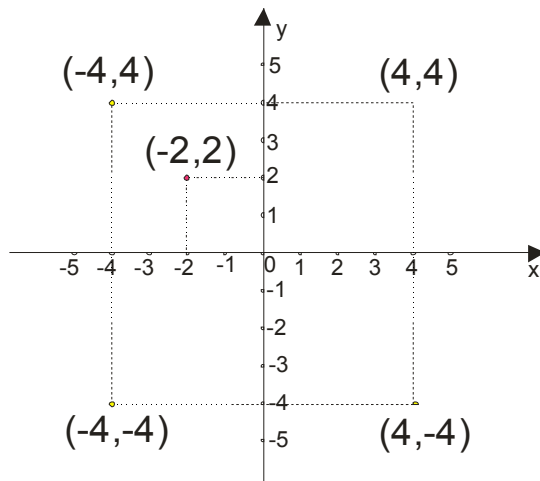
Dvostruko veće vrednosti su: za -2 to je -4 a za 2 to je 4.

Ali u zadatku kaže da su u pitanju apsolutne vrednosti, pa su moguće opcije :

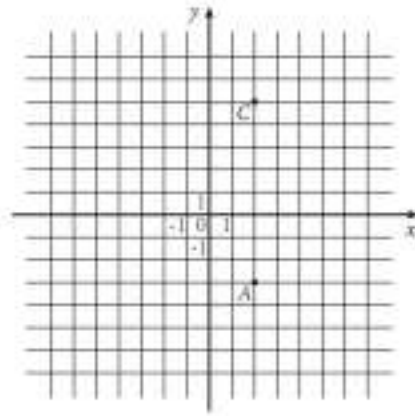
- za x koordinatu -4 i 4
- za y koordinatu -4 i 4

Tražene tačke su $(-4,-4)$; $(-4,4)$; $(4,-4)$ i $(4,4)$

Pogledajmo sliku:



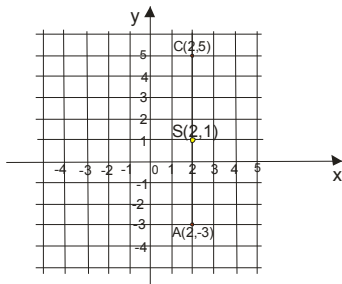
289. Stranica romba ABCD ima dužinu pet jedinичних duži. Ako je AC dužina dijagonala tog romba, upredi koordinate tačaka B i D, tako da dobijeni četvorougao bude romb ABCD.



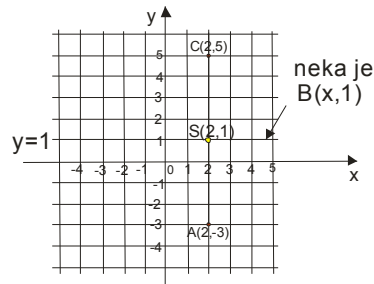
B(___ , ___)
D(___ , ___)

Dopišemo brojeve na x i y osi i pročitamo koordinate tačaka A i C. (slika 1.)

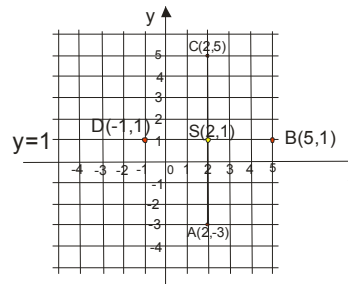
Koordinate su : A(2,-3) i C(2,5) . Spojimo tu dijagonalu AC i nadjimo njenu sredinu. Neka je to tačka S.



slika 1.



slika 2.



slika 3.

Tačka S ima koordinate S(2,1). **Znamo da se dijagonale romba međusobno polove pod pravim uglom!**

Zaključujemo da se tačke B i D nalaze na pravoj $y = 1$. (slika 2.)

Dužina stranice AB mora da bude 5, jer tako kaže u zadatku. Rešavamo:

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(x - 2)^2 + (-3 - 1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(x - 2)^2 + 16}$$

$$\sqrt{(x - 2)^2 + 16} = 5 \dots \dots \dots \text{kvadriramo}$$

$$(x - 2)^2 + 16 = 25$$

$$(x - 2)^2 = 25 - 16$$

$$(x - 2)^2 = 9 \dots \dots \dots \text{korenujemo}$$

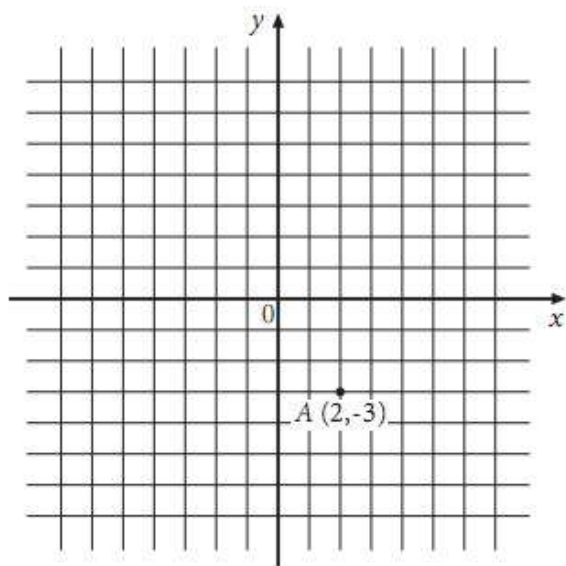
$$x - 2 = +\sqrt{9} \quad \text{ili} \quad x - 2 = -\sqrt{9}$$

$$x - 2 = 3 \quad \text{ili} \quad x - 2 = -3$$

$$\boxed{x = 5} \quad \text{ili} \quad \boxed{x = -1}$$

Dobili smo koordinate D(-1,1) i C(5,1) (pogledajte sliku 3.)

290. Уцртај у координатни систем све тачке које су на истом растојању од x осе као и тачка A , а којима је растојање од y осе два пута веће него растојање тачке A од y осе.

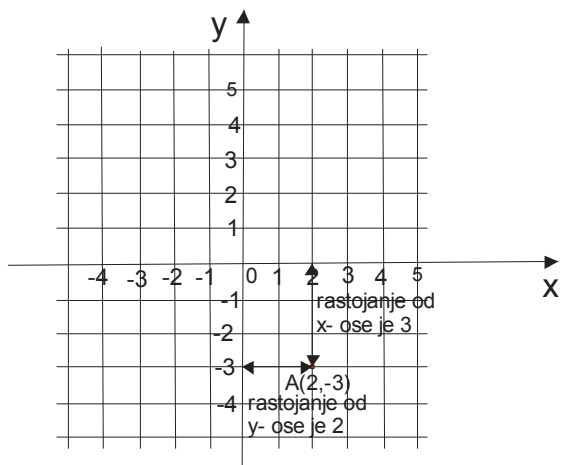


Тачка A је удаљена од x осе за 3. Значи да наће тражене тачке имају исто растојање 3 од x осе! То јест, за сад знамо:

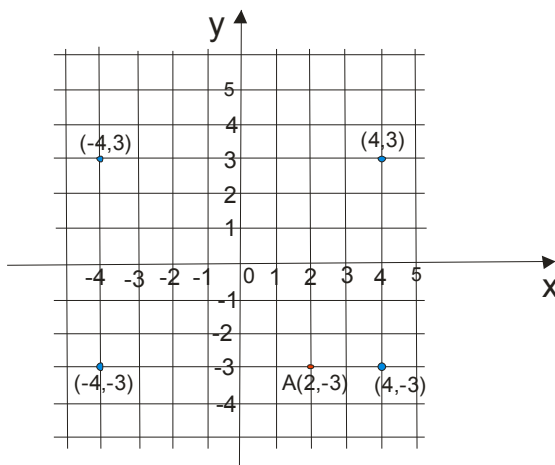
$(x, -3)$; $(x, 3)$ су могућности.

Растојање тачке A од y осе је 2. У задатку каже да је то растојање тачака које тражимо два пута веће!

Значи да су то могућности $(-4, y)$ и $(4, y)$.



slika 1.

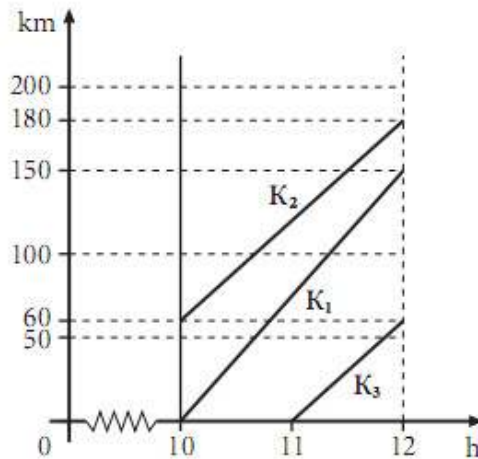


slika 2.

Ако саставимо претходна два закључка, добијемо тачке: $(-4, -3)$; $(-4, 3)$; $(4, -3)$ и $(4, 3)$ (slika 2.)

291. Три камиона, K_1 , K_2 и K_3 , која возе хуманитарну помоћ, кренула су у различито време. Графикон њиховог кретања приказан је у времену од 10 h до 12 h.

- a) Који камион је кренуо пре 10 h?
 б) Који се камион кретао најбрже?



- a) Камион _____ је кренуо пре 10 h.
 б) Најбрже се кретао камион _____.

U koliko časova je krenuo svaki od kamiona?

Taj podatak ćemo saznati posmatrajući x osu.

Kamion K_1 je krenuo u 10 časova.

Kamion K_3 je krenuo u 11 časova.

Kamion K_2 je krenuo pre 10 časova. Ne znamo tačno u koliko al je sigurno krenuo pre 10 h.

Dakle, odgovor za pod a) **Kamion K_2 je krenuo pre 10 h.**

Sad ćemo najpre izračunati brzinu svakog kamiona posebno.

Ako se sećate iz fizike, brzina se računa kao količnik predjenog puta i jedinice vremena: $V = \frac{s}{t}$

Za kamion K_1

On je za vreme od 2 h (od 10 do 12) prešao 150km. $V = \frac{s}{t} \rightarrow V = \frac{150km}{2h} \rightarrow \boxed{V = 75 \frac{km}{h}}$

Za kamion K_2

On je za vreme od 2 h prešao od 60km do 180km (vidi sliku), znači 120km $V = \frac{s}{t} \rightarrow V = \frac{120km}{2h} \rightarrow \boxed{V = 60 \frac{km}{h}}$

Za kamion K_3

On je za vreme od 1 h (od 11h do 12h) prešao 60km. $V = \frac{s}{t} \rightarrow V = \frac{60km}{1h} \rightarrow \boxed{V = 60 \frac{km}{h}}$

b) Najbrže se kretao kamion K_1

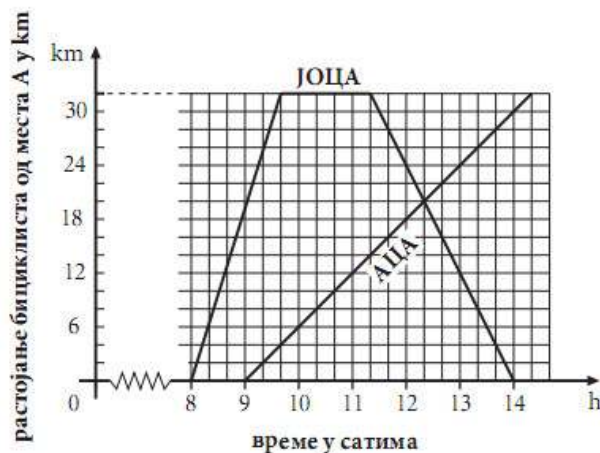
292. Бициклиста Јоца је возио од места А до места Б и натраг. Један сат после њега, из места А ка месту Б, кренуо је и Аца. Дијаграм на слици приказује растојање бициклиста од места А у зависности од времена.

а) Ако је Јоца кренуо у 8:00

часова, у колико часова је стигао у место Б?

б) У колико часова је Аца срео Јоцу?

в) Колико километара је прешао Јоца до сусрета са Ацом?



а) Јоца је стигао у место Б у ____ часова и ____ минута.

б) Аца је срео Јоцу у ____ часова и ____ минута.

в) Јоца је прешао ____ километара до сусрета са Ацом.

Na x оси читамо време. Primetimo da je svaki sat podeljen na 3 dela, a kako sat ima 60 minuta, zaključujemo da je vrednost jednog podeoka (malog) 20 minuta.

Na y оси читамо растојанје u kilometrima. Dati su nam brojevi : 6,12,18,... itd. Predlažemo vam da dopišete vrednosti pored svake crtice na y оси: 2,4, 6 (već ima), 8,10itd.

Sad da proučimo grafike, posebno za Jocu , pa za Aca.

ZA JOCU

Joca je krenuo iz mesta A u 8 h (očitavamo na x оси)

Do mesta B je putovao do 9h i 40 min (opet čitamo na x оси)

Mesto B je udaljeno od mesta A za 32 km (očitavamo na y оси)

Joca se u mestu B (prava linija) zadržao od 9h i 40 min do 11 h i 20 min. (onda krenuo nazad u mesto A)

U povratku je proveo vreme od 11h i 20 min do 14 h

ZA ACU

Aca je krenuo iz mesta A u 9h (očitavamo na x оси)

U mesto B je stigao 14h i 20 min.

GDE SU SE SRELI JOCA I ACA?

Na grafiku je to mesto gde se njihove linije kretanja seku!

Na x оси očitavamo da je to 12h i 20 min, a na y оси očitavamo da je to na 20 kilometru.

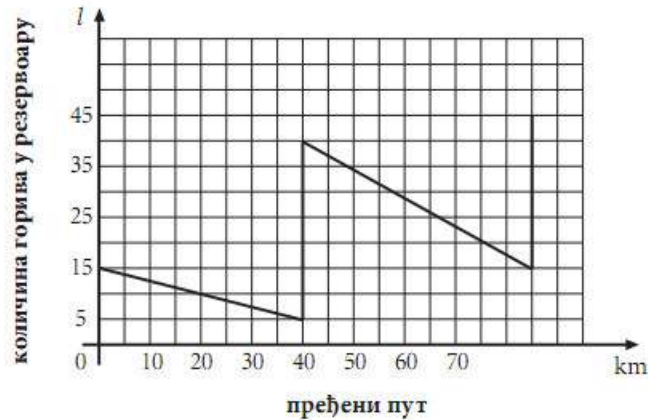
Joca je do susreta prešao 32km (dok je stigo u mesto B) + 12km (u povratku) = 44 km

Aca je do susreta prešao 20 km.

E sad možemo da odgovorimo na postavljena pitanja:

- a) Joca je stigao u mesto B u 9h 40min
- b) Aca je sreo Jocu u 12h 20min
- v) Joca je prešao 44 kilometara do susreta sa Acom

293. Промена количине бензина у резервоару у току пута приказана је графиком. Колико је укупно литара бензина наточено у резервоар у току пута?



У резервоар је наточено _____ литара бензина.

Da najpre mi proučimo dati grafik, pa ćemo onda odgovoriti na postavljena pitanja.

Na x osi nam je dat predjeni put u kilometrima (možete dopisati 80,90 na svaki drugi podeok)

Vidimo da je rezervoar dopunjavan na 2 mesta, na 40km i na 85km.

Na y osi je data količina goriva u litrima u rezervoaru. (Ovo nam je važno)

Krenulo se na put sa 15 litara. (očitavamo na y osi)

Na 40 kilometru je dopunjen od 5 l na 40 l, što znači da je tu **sipano 35 l.** (očitavamo na y osi)

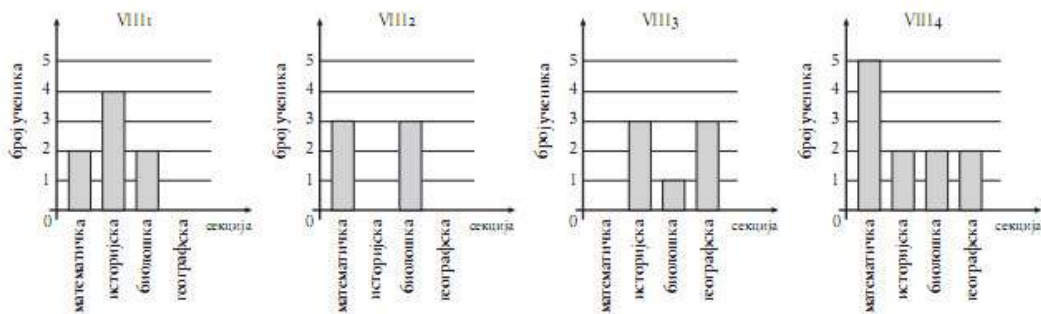
Na 86 km je dopunjen sa 15 l na 45 l, što znači da je tu **sipano 30 l.** (očitavamo na y osi)

Znači da smo sve ukupno sipali 35 l + 30 l = 65 litara.

Dakle, odgovor na postavljeno pitanje je:

U rezervoar je natočeno **65 litara** benzina!

294. Број ученика VIII разреда који похађају једну од секција, приказан је датим дијаграмима.



одељење	VIII ₁	VIII ₂	VIII ₃	VIII ₄
број ученика у одељењу	32	36	35	27

Које одељење има највећи број ученика који не похађају секције?

Одељење _____.

VIII₁

matematika 2 + istorija 4 + biologija 2 = 8 ученика IDE на секције .

U odeljenju ima 32 ученика, **pa na секције NE IDE 32 – 8 = 24 ученика**

VIII₂

matematika 3 + biologija 3 = 6 ученика IDE на секције .

U odeljenju ima 36 ученика, **pa na секције NE IDE 36 – 6 = 30 ученика**

VIII₃

istorija 3 + biologija 1 + geografija 3 = 7 ученика IDE на секције .

U odeljenju ima 35 ученика, **pa na секције NE IDE 35 – 7 = 28 ученика**

VIII₄

matematika 5 + istorija 2 + biologija 2 + geografija 2 = 11 ученика IDE на секције .

U odeljenju ima 27 ученика, **pa na секције NE IDE 27 – 11 = 16 ученика**

Највећи број ученика који не похађају ниједну секцију има одељење VIII₂ , а то је 30 ученика.

295. У табели су дата растојања неких градова у километрима.

	Београд	Крагујевац	Ниш	Нови Сад	Нови Пазар	Суботица	Зајечар
Београд	-	115	239	82	271	178	236
Јагодина	165	42	104	217	196	319	117
Крагујевац	115	-	146	197	160	299	159
Краљево	192	54	152	251	106	353	193
Крушевац	192	70	91	274	167	376	132

- а) Који град је од Београда удаљен 115 km?
 б) Која два града су удаљена 353 km?
 в) Која два града су удаљена мање од 50 km?
 г) Колико градова у табели је од Београда удаљено више од 200 km?

а) Nadjemo Beograd u uspravnoj koloni , odmah uočavamo broj 115 a iznad njega piše KRAGUJEVAC

б) U tabeli nadjemo broj 353. Levo vidimo da piše KRALJEVO , a gore očitamo SUBOTICA

в) U tabeli nadjemo broj manji od 50. To je očigledno 42. Levo očitamo JAGODINA a gore KRAGUJEVAC

г) Nadjemo Beograd (prvi) i tražimo u toj vrsti brojeve veće od 200. To su 239,271 i 236 , pa ih ima TRI.

296. Дата табела приказује цене за емитовање спота на телевизији „М“ у зависности од дужине трајања и броја емитовања једног спота. Телевизија „М“ дозвољава и сваку комбинацију од најмање 5 емитовања. Фирма „Наталија“ жели да се њихови спотови емитују два пута по 10 секунди, пет пута по 20 секунди и једном по 30 секунди. Колико кошта такав пакет?

дужина спота	број дневних емитовања	вредност пакета
10 секунди	5	18 000,00
20 секунди	5	36 000,00
10 секунди	10	36 000,00
20 секунди	10	69 000,00
30 секунди	5	54 000,00
30 секунди	10	109 000,00

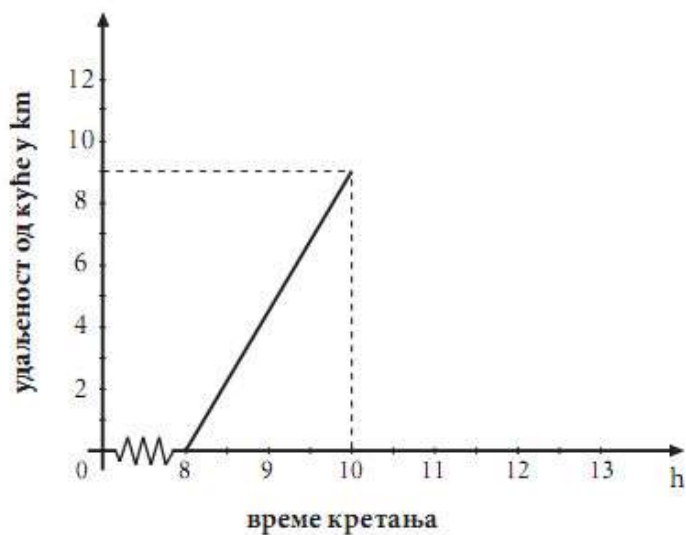
Вредност пакета за фирму „Наталија“ је _____ динара.

$$\begin{array}{l}
 2 \text{ puta po } 10 \text{ sekundi} \longrightarrow 2 \cdot \frac{18000}{5} = 2 \cdot 3600 = \boxed{7200din} \\
 \text{cena jednog emitovanja} \\
 5 \text{ puta po } 20 \text{ sekundi} \longrightarrow \boxed{36000din} \\
 1 \text{ od } 30 \text{ sekundi} \longrightarrow 1 \cdot \frac{54000}{5} = 1 \cdot 3600 = \boxed{10800din} \\
 \text{cena jednog emitovanja}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7200 \\
 36000 \\
 + 10800 \\
 \hline
 54000din \\
 \text{UKUPNO}
 \end{array}$$

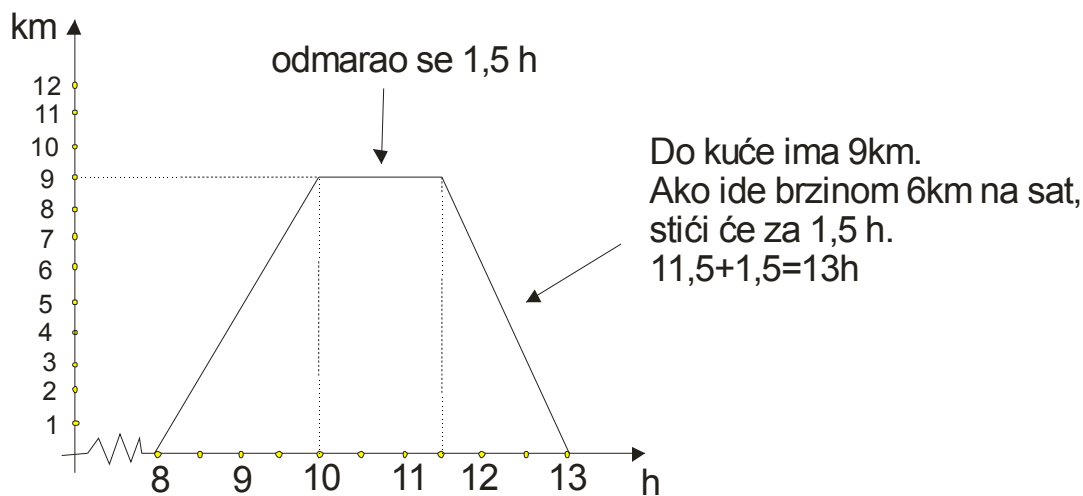
Вредност пакета за фирму ‘Наталија’ је 54 000 динара.

297. Петар је кренуо од куће у 8 h. Прва два сата је пешачио брзином од 4,5 km/h. Затим се одмарао 1,5 h. Касније се враћао одморан крећући се брзином од 6 km/h.



- а) Представи Петрово кретање на графику.
б) У колико часова се Петар вратио кући?

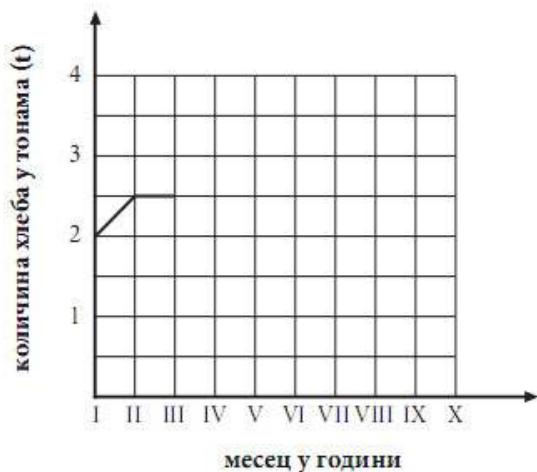
а)



- б) Петар се вратио кући у 13 h.

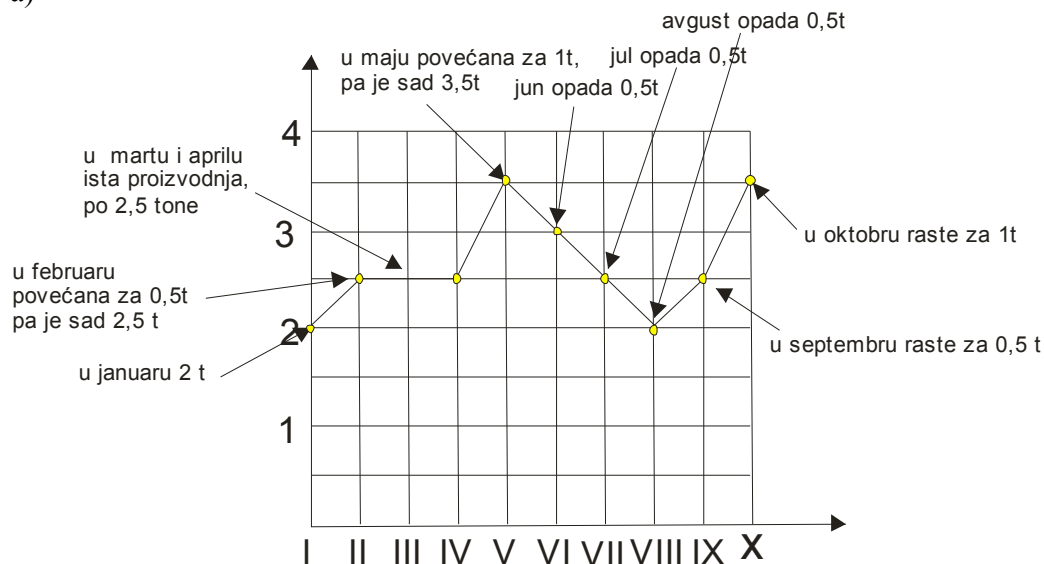
298. Пекара „Переца“ произвела је у јануару 2 тоне хлеба. У фебруару је производња повећана за 500 килограма. У марту и априлу производња је остала на истом нивоу као у фебруару, у мају је производња хлеба порасла за једну тону, а у јуну, јулу и августу је опадала за по 500 килограма. У септембру је производња порасла за 500 килограма, а у октобру за једну тону.

- а) Доврши започети дијаграм који приказује производњу хлеба у пекари „Переца“.
 б) Колико тона хлеба је пекара „Переца“ произвела у октобру?
 в) У којим месецима је производња хлеба била испод 2,5 тоне?



- б) Пекара „Переца“ је у октобру произвела _____ тона хлеба.
 в) Производња хлеба је била испод 2,5 тоне у _____.

а)



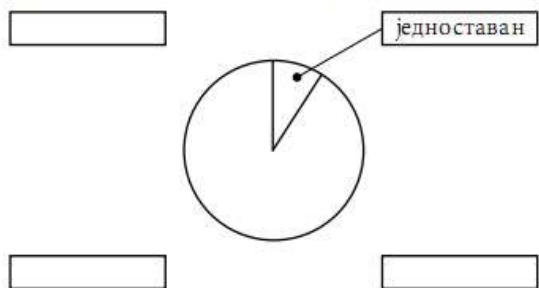
б) Пекара је у октобру произвела 3,5 тона хлеба (очитавамо на у оси вредност за десети (X) месец)

в) Производња хлеба је била испод 2,5 тоне у јануару и августу (donje 2 žute tačkice)

299. У једној школи сто ученика је полагао тест из математике. Након теста представници ученичког парламента организовали су анкету и замолили оне који су полагали да процене тежину теста. Резултати анкете приказани су у табели.

Процена тежине теста	једноставан	умерен	компликован	без одговора
Број испитаника	7	18	50	25

Представи ове податке на кружном дијаграму, као што је започето:



Ako saberemo broj ispitanika $7 + 18 + 50 + 25 = 100$.

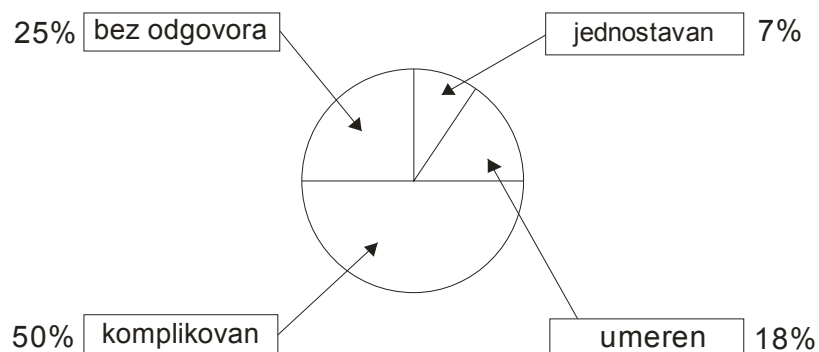
Ovo nam govori da ustvari broj odgovora možemo posmatrati kao procenat odgovora.

Jednostavan: 7 ispitanika = 7 %

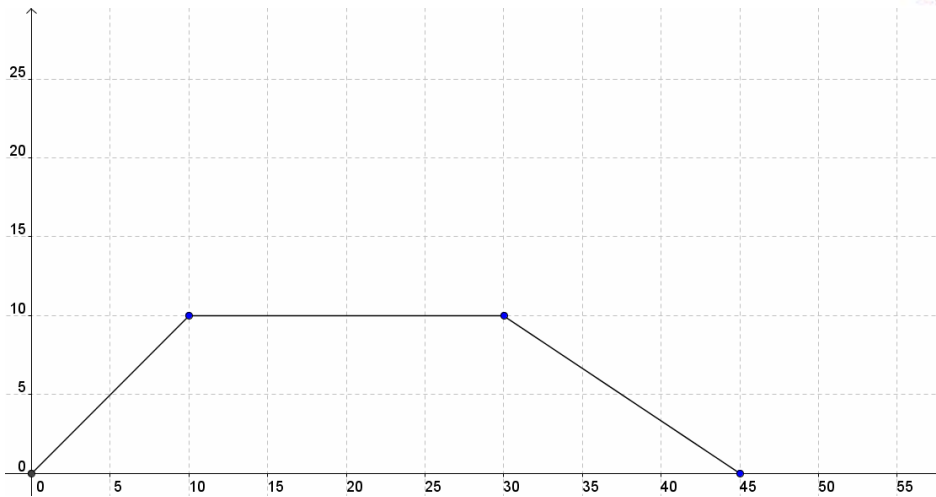
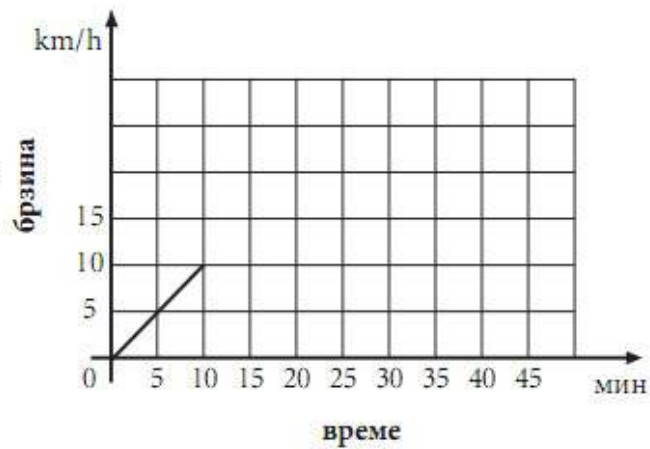
Umeren : 18 ispitanika = 18 %

Komplikovan : 50 ispitanika = 50 %

Bez odgovora : 25 ispitanika = 25%



300. Маја је возила ролере 45 минута. У првих 10 минута вожње ролера достигла је брзину од 10 km/h. Том брзином се кретала наредних 20 минута, а затим почела равномерно да успорава док се није зауставила. Допуни дијаграм који приказује Мајино кретање, као што је започето.



Mislimo da nije komplikovano dopuniti dijagram kretanja.

Obratite ovde pažnju na zadnji deo , gde se kaže da ona RAVNOMERNO usporava!

To znači da za 1 minut uspori 1km/h, za 2 minuta uspori 2km/h, za 3 minuta uspori 3km/hitd.

301. Површина неког правоугаоника је P . Ако се његова страница a повећа за 20%, а страница b смањи за 20% добија се правоугаоник површине P_1 . Само је један од датих одговора тачан.

Заокружи слово испред тачног одговора.

- a) $P_1 = P$
- б) $P_1 = 4\% P$
- в) $P_1 > P$
- г) $P_1 = 96\% P$

Površina pravougaonika se računa po formuli $P = ab$

Neka su stranice novog pravougaonika a_1 i b_1

Stranica a se poveća za 20% , pa je $a_1 = a + 20\%a = 100\%a + 20\%a = 120\%a = \frac{120}{100}a = \boxed{1,2a}$

Stranica b se smanji za 20% , pa je $b_1 = b - 20\%b = 100\%b - 20\%b = 80\%b = \frac{80}{100}b = 0,80b$

Površina novog pravougaonika je : $P_1 = a_1b_1 = 1,2a \cdot 0,8b = 0,96 \overset{\text{ovo je } P}{\boxed{ab}} = 0,96 \cdot P = \boxed{96\%P}$

Treba zaokružiti odgovor pod g) $P_1 = 96\%P$

302. Током прве недеље маја у супермаркету је продато 880 кутија кекса. Следеће недеље продато је 15% мање кутија кекса. Колики је укупан број продатих кутија кекса током прве две недеље маја?

Укупан број продатих кутија кекса је _____.

Обавезно прво погледајте припремни фајл PROPORCIJE.

I недеље маја продато је 880 кутија кекса.

II недеље је продато 15% мање:

$$G : P = 100 : p$$

$$880 : P = 100 : (100 - 15)$$

$$880 : P = 100 : 85$$

$$100P = 880 \cdot 85$$

$$P = \frac{880 \cdot 85}{100}$$

$$P = 748$$

Zajedno је продато : $880 + 748 = 1628$ кутија

Укупан број продатих кутија кекса је 1628.

303. Цена рачунара је повећана за 4% због промене курса динара. Управа компаније „Рим так“ донела је одлуку да се при готовинском плаћању одобри попуст од 10%, што износи 4 212 динара. Колика је била цена рачунара пре промене курса динара?

Цена рачунара је била _____ динара.

Најпре ћемо израчунати цену рачунара са подацима да се даје попуст од 10% , односно 4212 din.

$$G : P = 100 : p$$

$$G : 4212 = 100 : 10$$

$$10G = 4212 \cdot 100$$

$$G = \frac{4212 \cdot 100}{10}$$

$$\boxed{G = 42120 \text{ din}}$$

Ово нам је цена са повећањем од 4% због курса динара.

$$G : P = 100 : p$$

$$G : 42120 = 100 : (100 + 4)$$

$$G : 42120 = 100 : 104$$

Сад да израчунамо почетну цену: $104G = 42120 \cdot 100$

$$G = \frac{42120 \cdot 100}{104}$$

$$\boxed{G = 40500}$$

Цена рачунара је била 40500 динара.

304. Реља је уложио 30 000 динара у банку АВМ. Годишња камата је 10% и рачуна се на крају године. Колико динара Реља има на рачуну после две године, под условом да није подизао новац са рачуна за то време?

Реља има на рачуну _____ динара.

На крају прве године Реља ће имати новца:

$$G : P = 100 : p$$

$$30000 : P = 100 : (100 + 10)$$

$$30000 : P = 100 : 110$$

$$100P = 30000 \cdot 110$$

$$P = \frac{30000 \cdot 110}{100}$$

$$P = 33000$$

Е сад му се на ову нову суму од 33 000 рачуна камата од 10 % за другу годину:

$$G : P = 100 : p$$

$$33000 : P = 100 : (100 + 10)$$

$$33000 : P = 100 : 110$$

$$100P = 33000 \cdot 110$$

$$P = \frac{33000 \cdot 110}{100}$$

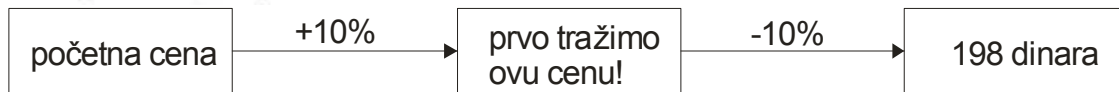
$$P = 36300$$

Реља има на рачуну 36 300 динара.

305. Цена књиге је прво повећана за 10%, а затим је нова цена смањена за 10% и сада износи 198 динара. Колика је била цена књиге пре поскупљења?

Заокружи слово испред тачног одговора.

- a) 198 динара
- b) 200 динара
- v) 202 динара
- г) 196,02 динара



Ovde je cena 220 din

$$G : P = 100 : p$$

$$G : 220 = 100 : (100 + 10)$$

$$G : 220 = 100 : 110$$

$$110G = 220 \cdot 100$$

$$G = \frac{220 \cdot 100}{110}$$

$$G = 200 \text{ din}$$

$$G : P = 100 : p$$

$$G : 198 = 100 : (100 - 10)$$

$$G : 198 = 100 : 90$$

$$90G = 198 \cdot 100$$

$$G = \frac{198 \cdot 100}{90}$$

$$G = 220 \text{ din}$$

Treba zaokružiti pod b) 200 dinara

Ovaj zadatak možemo rešiti i na drugi način, tako što ćemo postaviti jednačinu:

Obeležimo sa x početnu cenu knjige.

Kad se poveća za 10% ta nova cena je $x+10\%x = 110\% x = 1,1 x$

Sad se ova cena ($1,1x$) smanji za 10%, pa imamo: $1,1x - 10\% (1,1x) = 198$

$$1,1x - 10\% (1,1x) = 198$$

$$1,1 x - 0,1 (1,1x) = 198$$

$$1,1x - 0,11 x = 198$$

$$0,99 x = 198$$

$$x = 198 : 0,99$$

$$x = 200 \text{ dinara}$$

Vi radite na način koji vam je lakši !