PRIMENA ODREĐENOG INTEGRALA U GEOMETRIJI

1. Površina figura u ravni:

P=$\int_a^b f(x)dx$, ako je kriva y=f(x) iznad x – ose

P= - $\int_a^b f(x)dx$, ako je kriva ispod x – ose

P= $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx$, ako nam treba površina između krivih

Ako je kriva zadata u polarnim koordinatama: G={ (ρ,φ), $\alpha\le\varphi\le\beta$, $0\le\rho\le f(\varphi)$ } onda se površina računa:

P(G)=$\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta f^2(\varphi)d\varphi$

2. Zapremina tela :

-V$_x$=$\pi\int_a^b y^2dx$, ako se kriva y = f(x) okreće oko x- ose

- V$_y$=$\pi\int_c^d x^2dy$, ako se kriva x = f(y) okreće oko y-ose

- V$_x$= $\pi\int_\alpha^\beta y^2(t)x`(t)dt$ i V$_y$=2$\pi\int_\alpha^\beta x(t)y(t)x`(t)dt$, ako je kriva zadata parametarski: x=x(t), y=y(t)

Ako je kriva zadata u polarnim koordinatama: $\rho=\rho(\varphi)$, $\alpha\le\varphi\le\beta\le\pi$, $0\le\rho\le\rho(\varphi)$

V=$\frac{2}{3}\pi\int_\alpha^\beta \rho^3\sin\varphi d\varphi$

3. **Dužina luka krive**:

L=$\int_a^b\sqrt{1+f`(x)^2}dx$, ako radimo po x

L=$\int_c^d\sqrt{1+g`(y)^2}dy$, ako radimo po y

L=$\int_\alpha^\beta\sqrt{x`^2(t)+y`^2(t)}dt$, parametarski

L=$\int_\alpha^\beta\sqrt{\rho`^2+\rho^2}d\varphi$, $\rho=\rho(\varphi)$, polarno

4. Površina rotacione površi:

S= 2$\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+f`(x)^2}dx$, po x x$\in[a,b]$

S=2$\pi\int_c^d g(y)\sqrt{1+g`(y)^2}dy$, po y y$\in$[c,d]

S=2$\pi\int_\alpha^\beta y(t)\sqrt{x`^2(t)+y`^2(t)}dt$, parametarski x=x(t), y=y(t), t$\in[\alpha,\beta]$

S=2$\pi\int_\alpha^\beta|\rho\sin\varphi|\sqrt{\rho`^2+\rho^2}d\varphi$, polarno $\varphi\in[\alpha,\beta]$