

# ISPITIVANJE TOKA I GRAFIK FUNKCIJE

## -POSTUPAK-

### 1. OBLAST DEFINISANOSTI FUNKCIJE:

Ako je data racionalna funkcija  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  onda je  $Q(x) \neq 0$

Ako je data  $\ln \otimes$ , onda je  $\otimes > 0$

Ako je data  $\sqrt{\Theta}$ , onda je  $\Theta \geq 0$

Ako je data  $\sqrt[3]{@}$ , onda je svuda definisana

Funkcija  $e^x$  je svuda definisana.

### 2. NULE FUNKCIJE:

To su mesta gde grafik seče x-osu i dobijaju se rešavanjem jednačine  $y = 0$ . (Kod

racionalne funkcije  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  samo  $P(x)=0$ )

Neki profesori vole da se u okviru ove tačke nadje **i presek sa y- osom**. U datu funkciju stavimo da je  $x = 0$  (naravno ako je 0 u oblasti definisanosti) pa izračunamo vrednost za  $y$ .

### 3. ZNAK FUNKCIJE:

Rešavamo nejednačine  $y > 0$  i  $y < 0$ , dobijamo gde je grafik iznad x-ose ( $y > 0$ ) i ispod x-ose ( $y < 0$ ). Koristimo tablicu.....najčešće...

Pazite, pre nego formirate tablicu, razmislite da li ima izraza za koje smo sigurni da li su pozitivni, jer oni ne idu u tablicu.

Takvi izrazi su najčešće oblika  $x^2 + a$  ili kvadratna jednačina  $ax^2 + bx + c$  kod koje je diskriminanta  $D = b^2 - 4ac < 0$  i koeficijent uz  $\boxed{a}x^2$  je  $a > 0$

### 4. PARNOST I NEPARNOST :

Ako je  $f(-x)=f(x)$  funkcija je **parna** a grafik simetričan u odnosu na y-osu, a ako je  $f(-x)=-f(x)$  funkcija je **neparna** a grafik simetričan u odnosu na koordinatni početak.

**Mi konkretno krenemo od  $f(-x)$  pa gde vidimo  $x$  stavimo  $-x$ , to malo sredimo i pogledamo da li smo dobili  $f(x)$  ili  $-f(x)$  pa zaključimo da li je funkcija parna ili neparna. U najvećem broju slučajeva funkcije nisu ni parne ni neparne.**

## 5. EKSTREMNE VREDNOSTI (MAXIMUM I MINIMUM) I MONOTONOST

**Tražimo  $y'$ .** Kad  $y'=0$ , dobijamo (ako ima)  $x_1, x_2, \dots$  i te vrednosti zamenimo u početnu funkciju da nadjemo  $y_1, y_2, \dots$ . Dobijene tačke su ekstremi.

Ako je  $y'>0$  funkcija raste a ako je  $y'<0$  funkcija opada.

Za rašćenje i opadanje . pošto rešavamo nejednačine možemo koristiti tablicu.

## 6. PREVOJNE TAČKE I KONVEKSNOST I KONKAVNOST:

**Tražimo  $y''$ .** Kad  $y''=0$ , dobijamo (ako ima)  $x_1, x_2, \dots$  i te vrednosti zamenimo u početnu funkciju da nadjemo  $y_1, y_2, \dots$ . Dobijene tačke su tačke prevoja (to su mesta gde funkcija prelazi iz konveksnosti u konkavnost ili obrnuto). Ako je  $y''>0$  funkcija je konveksna ( smeje se), a ako je  $y''<0$  funkcija je konkavna ( tužna je). I ovde možemo koristiti tablicu ako su izrazi komplikovani!

## 7. ASIMPTOTE FUNKCIJE ( PONAŠANJE FUNKCIJE NA KRAJEVIMA OBLASTI DEFINISANOSTI)

### - vertikalna

Potencijalna vertikalna asimptota se nalazi u prekidima iz oblasti definisanosti. Ako je recimo tačka  $x = \Theta$  prekid, moramo ispitati kako se funkcija “ ponaša “ u nekoj okolini te tačke, pa tražimo dva limesa:

$\lim_{x \rightarrow \Theta + \epsilon, \text{kad } \epsilon \rightarrow 0} f(x)$  i  $\lim_{x \rightarrow \Theta - \epsilon, \text{kad } \epsilon \rightarrow 0} f(x)$  Ako su rešenja ova dva limesa  $+\infty$  ili  $-\infty$  onda je prava  $x = \Theta$  vertikalna asimptota, a ako dobijemo neki broj za rešenje, onda funkcija teži tom broju ( po epsilonu)

Pazite: Za svaki prekid mora da se traže oba limesa, osim možda ako funkcija nije negde definisana.

### - horizontalna

Ovde tražimo dva limesa:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  i  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

Ako kao rešenje dobijemo neki broj, recimo #, onda je  $y = \#$  horizontalna asimptota, a ako dobijemo  $+\infty$  ili  $-\infty$  onda kažemo da nema horizontalna asimptota.

- **kosa**

Kosa asimptota je prava  $y = kx + n$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{i} \quad n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx]$$

Naravno, potrebno je raditi ove limese i za  $+\infty$  i za  $-\infty$ , naročito kod složenijih funkcija, jer se može desiti da nema ove asimptote sa obe strane...

**AKO IMA HORIZONTALNA ASIMPTOTA, KOSA NEMA!**

## **8. PERIODIČNOST FUNKCIJE**

Ovu tačku ispitujemo samo za trigonometrijske i slične funkcije koje imaju periodu ponavljanja(

**I NA KRAJU SKLOPITE GRAFIK NA OSNOVU ISPITIVANJA KOJE STE  
IZVRŠILI U PRETHODNIM TAČKAMA!**