

1. Rešiti sistem jednačina

$$5^y - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$$

$$2x - y = 3$$

Rešenje:

Iz druge jednačine ćemo izraziti x ili y i zameniti u prvu. Lakše nam je naravno da izrazimo y.

$$5^y - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$$

$$2x - y = 3 \rightarrow y = \boxed{2x - 3}$$

$$5^{\boxed{2x-3}} - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$$

$$\frac{5^{2x}}{5^3} - 2 \cdot \frac{5^x}{5^2} = 3$$

$$\frac{5^{2x}}{125} - 2 \cdot \frac{5^x}{25} = 3 \rightarrow \text{Smjena : } 5^x = t$$

$$\frac{t^2}{125} - 2 \cdot \frac{t}{25} = 3 \dots \dots \dots / *125$$

$$t^2 - 2 \cdot t \cdot 5 = 375$$

$$t^2 - 10 \cdot t - 375 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 1500}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{1600}}{2} = \frac{10 \pm 40}{2}$$

$$t_1 = 25, \quad t_2 = -15 \rightarrow \text{ovo ne moze}$$

Vratimo se u smenu:

$$5^x = t$$

$$5^x = 25 = 5^2 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$y = 2x - 3 \rightarrow \boxed{y = 1}$$

$$(x, y) = (2, 1)$$

2. Rešiti sistem jednačina

$$2^x \cdot 3^y = 24$$

$$3^x \cdot 2^y = 54$$

Rešenje:

Ovaj zadatak možemo rešiti na više načina....

Najlakše je možda:

$$2^x \cdot 3^y = 24 = 8 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1 \rightarrow 2^x \cdot 3^y = 2^3 \cdot 3^1 \rightarrow x = 3, y = 1$$

$$3^x \cdot 2^y = 54 = 27 \cdot 2 = 3^3 \cdot 2^1 \rightarrow 3^x \cdot 2^y = 3^3 \cdot 2^1 \rightarrow x = 3, y = 1$$

Medjutim, ovaj način radi kod ovog zadatka , al razmišljanje ne važi uvek...

Pogledajmo i drugi način:

$$\left. \begin{array}{l} 2^x \cdot 3^y = 24 \\ 3^x \cdot 2^y = 54 \end{array} \right\} \text{podelimo ove dve jednačine}$$

$$\frac{2^x}{2^y} \cdot \frac{3^y}{3^x} = \frac{24}{54}$$

$$2^{x-y} \cdot 3^{y-x} = \frac{4}{9}$$

$$2^{x-y} \cdot \frac{1}{3^{x-y}} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2^{x-y}}{3^{x-y}} = \frac{4}{9} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \boxed{x - y = 2}$$

Sad se vratimo u jednu jednačinu iz početnog sistema ( bilo koju )

$$2^x \cdot 3^y = 24$$

$$\underline{x - y = 2} \rightarrow x = y + 2$$

$$2^x \cdot 3^y = 24 \rightarrow 2^{y+2} \cdot 3^y = 24 \rightarrow 2^y \cdot 2^2 \cdot 3^y = 24 \rightarrow 2^y \cdot 4 \cdot 3^y = 24 \rightarrow 6^y = 6 \rightarrow \boxed{y = 1}$$

$$x = y + 2 \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$(x, y) = (3, 1)$$

### 3. Rešiti sistem jednačina

$$3 \cdot 2^{x+y} - 5 \cdot 2^{x-y} = 172$$

$$5 \cdot 2^{x+y} - 4 \cdot 2^{x-y} = 304$$

Rešenje:

Ovde je najbolje odmah uzeti smenu:

$$2^{x+y} = a$$

$$2^{x-y} = b$$

Dobijamo običan sistem jednačina:

$$3 \cdot a - 5 \cdot b = 172 \dots \dots \dots / *5$$

$$5 \cdot a - 4 \cdot b = 304 \dots \dots \dots / *(-3)$$

$$\underline{15a - 25b = 860}$$

$$\underline{-15a + 12b = -912}$$

$$-13b = -52 \rightarrow \boxed{b = 4}$$

$$3 \cdot a - 5 \cdot b = 172 \rightarrow 3 \cdot a - 5 \cdot 4 = 172 \rightarrow 3 \cdot a = 192 \rightarrow \boxed{a = 64}$$

Sad se vratimo u smenu:

$$2^{x+y} = a$$

$$\underline{2^{x-y} = b}$$

$$2^{x+y} = 64 = 2^6$$

$$\underline{2^{x-y} = 4 = 2^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{array} \right\} +$$

$$2x = 8 \rightarrow \boxed{x = 4} \rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$(x, y) = (4, 2)$$

#### 4. Rešiti sistem jednačina

$$3 \cdot 2^x - 2^{x+y} = -2$$

$$5 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+y-1} = 16$$

Rešenje:

$$3 \cdot 2^x - 2^{x+y} = -2$$

$$\underline{5 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+y-1} = 16}$$

$$3 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = -2$$

$$\underline{5 \cdot 2^x \cdot 2 - \frac{2^x \cdot 2^y}{2^1} = 16 \dots \dots \dots / *2}$$

$$3 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = -2$$

$$\underline{20 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = 32}$$

Sad možemo nastaviti na više načina....

Možemo izvući  $2^x$  Kao zajednički ispred zagrade, pa podeliti ove dve jednačine....

Nama je lakše da pomnožimo jednu od jednačina sa -1 i da ih saberemo:

$$3 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = -2 \dots \dots \dots / *(-1)$$

$$\underline{20 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = 32}$$

$$-3 \cdot 2^x + 2^x \cdot 2^y = 2$$

$$\underline{20 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = 32}$$

$$17 \cdot 2^x = 34$$

$$2^x = 2 \rightarrow \boxed{x=1}$$

**Sad još da nadjemo y ( uzmemo bilo koju od ove dve jednačine ):**

$$3 \cdot 2^x - 2^x \cdot 2^y = -2$$

$$\underline{x=1}$$

$$3 \cdot 2^1 - 2^1 \cdot 2^y = -2$$

$$6 - 2 \cdot 2^y = -2$$

$$2 \cdot 2^y = 8$$

$$2^y = 4 \rightarrow \boxed{y=2}$$

**Rešenje sistema je (x,y)=(1,2)**