

Stepenovanje

Proizvod $a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$ n -puta naziva se n -tim stepenom broja. Ako je $a \in R$, $a \neq 0$ i neka je $n \in N$

$$1) a^0 = 1$$

$$2) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$3) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$4) a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$5) (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$6) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$7) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$8) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$9) a = a^1$$

$$(-a)^{paran} = a^{paran}$$

$$(-a)^{neparan} = -a^{neparan}$$

Korenovanje

Neka je a realan i n prirodan broj.
Svako rešenje jednačine

$$x^n = a$$

“po x ” (ako postoji) naziva se n -ti koren broja a u oznaci $x = \sqrt[n]{a}$.

Dakle: simbol $\sqrt[n]{a}$ označava:

1) n -ti koren realnog broja a u svim slučajevima kada je on jedinstven
($n \in \mathbb{N}$, $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$)

2) Pozitivan n -ti koren broja a u slučaju
 $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$, $a > 0$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n - \text{ neparan} \\ |a|, & n - \text{ paran} \end{cases}$$

Pravila:

$$1) \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2) \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

$$3) \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$4) b \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n \cdot a}$$

$$5) \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$6) \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$7) \sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (p \text{ se skrati})$$

Kompleksni brojevi

Kompleksni brojevi su izrazi oblika: $z = a + bi$ gde su a i b realni brojevi a $i \rightarrow$ simbol za koji je $i^2 = -1$.

Za kompleksan broj $z = a + bi$, a je njegov **realni deo** i obeležava se $\text{Re}(z) = a$, b je njegov **imaginarni deo** i obeležava se $\text{Im}(z) = b$, a i je **imaginarna jedinica**.

$$\begin{aligned}i^{4k} &= 1 \\i^{4k+1} &= i \\i^{4k+2} &= -1 \\i^{4k+3} &= -i\end{aligned}\quad \text{za } k \in \mathbb{N}.$$

Ili ako vam je lakše $i^n = \begin{cases} 1, & \text{ako je } n \text{ deljiv sa } 4 \text{ (bez ostatka)} \\ i, & \text{ako pri deljenju sa } 4 \text{ dobijemo ostatak } 1 \\ -1, & \text{ako pri deljenju sa } 4 \text{ dobijemo ostatak } 2 \\ -i, & \text{ako pri deljenju sa } 4 \text{ dobijemo ostatak } 3 \end{cases}$

Zbir dva kompleksna broja $a + bi$ i $c + di$ je kompleksan broj $(a + c) + i(b + d)$, a njihova razlika je $(a - c) + i(b - d)$.

Proizvod dva kompleksna broja $a + bi$ i $c + di$ je kompleksan broj $(ac - bd) + i(ad + bc) \rightarrow$ množi se "svaki sa svakim" i vodimo računa da je $i^2 = -1$

Za $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ je **konjugovan broj**.

Dva kompleksna broja se **dele** tako što izvršimo racionalisanje sa konjugovanim brojem delioca.

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{a + bi}{c + di} \cdot \frac{c - di}{c - di} = \text{gore množimo "svaki sa svakim" a dole je razlika kvadrata.}$$

$$= \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 - (di)^2} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2}$$

Modul kompleksnog broja $z = a + bi$ je nenegativan broj $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$