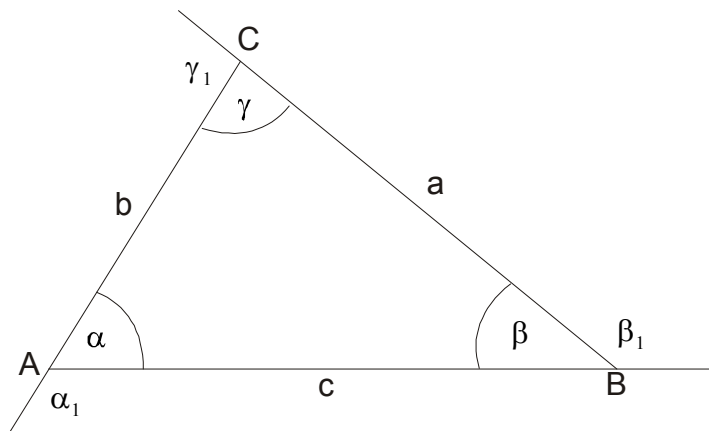


TROUGAO

Mnogougao koji ima tri stranice zove se **trougao**. Osnovni elementi trougla su :

- Temena A,B,C
- Stranice a,b,c (po dogovoru stranice se obeležavaju nasuprot temenu, npr naspram temena A je stranica a, itd)
- Uglovi , unutrašnji α, β, γ i spoljašnji $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$



Osnovne relacije za uglove i stranice trougla su:

1) Zbir unutrašnjih uglova u trouglu je 180^0 tj. $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$

2) Zbir spoljašnjih uglova je 360^0 tj. $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^0$

3) Spoljašnji i njemu susedni unutrašnji ugao su uporedni, tj.

$$\alpha + \alpha_1 = \beta + \beta_1 = \gamma + \gamma_1 = 180^0$$

4) Spoljašnji ugao trougla jednak je zbiru dva nesusedna unutrašnja ugla, tj

$$\alpha_1 = \beta + \gamma \quad \beta_1 = \alpha + \gamma \quad \gamma_1 = \alpha + \beta$$

5) Svaka stranica trougla manja je od zbira a veća od razlike druge dve stranice, tj

$$|a - b| < c < a + b$$

$$|a - c| < b < a + c$$

$$|b - c| < a < b + c$$

6) Naspram većeg ugla nalazi se veća stranica i obrnuto.

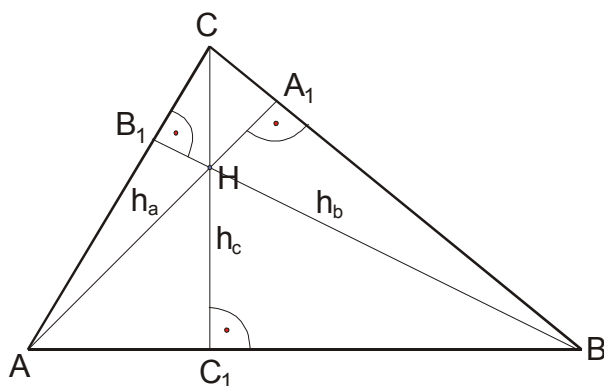
Ako je $\alpha = \beta$ onda je $a = b$

Ako je $a = b$ onda je $\alpha = \beta$

Četiri značajne tačke trougla su:

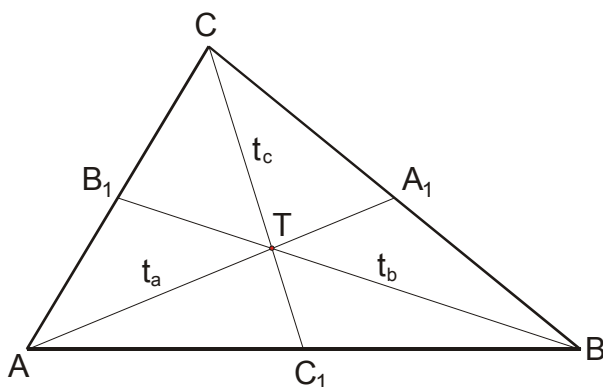
- 1) Ortocentar (H)
- 2) Težište (T)
- 3) Centar upisane kružnice (S)
- 4) Centar opisane kružnice (O)

Ortocentar se nalazi u preseku visina trougla h_a, h_b, h_c . (Visina je najkraće rastojanje od temena do naspramne stranice). Kod oštroglog trougla je u trouglu, kod pravouglog u temenu pravog ugla a kod tupouglog van trougla.



$$h_a \cap h_b \cap h_c = H \quad \text{Ortocentar}$$

Težišna duž trougla je duž koja spaja teme sa sredinom naspramne stranice. Težišne duži seku se u jednoj tački, a to je **TEŽIŠTE TROUGLA**. Težište deli težišnu duž u razmeri 2:1.



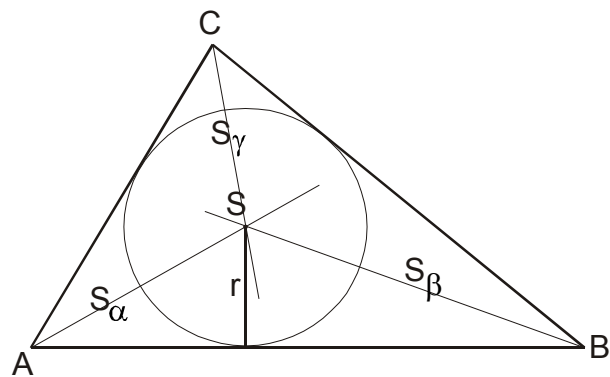
$$t_a \cap t_b \cap t_c = T$$

$$AT : TA_1 = 2 : 1$$

$$BT : TB_1 = 2 : 1$$

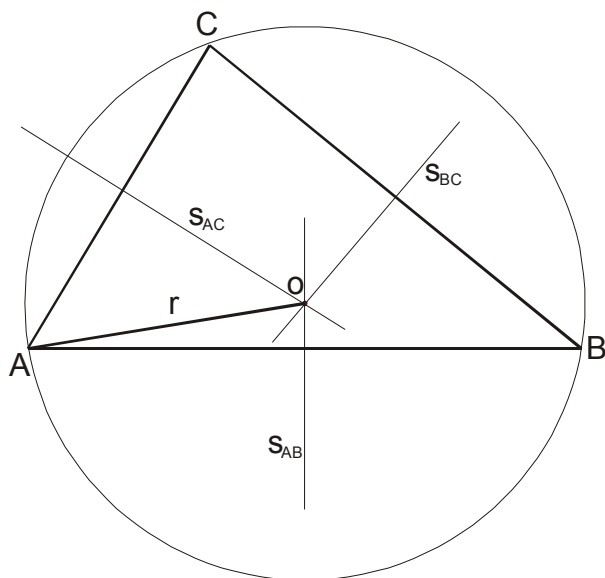
$$CT : TC_1 = 2 : 1$$

Centar upisane kružnice je tačka preseka simetrala uglova i kod svih trouglova je u oblasti trougla.



$$s_{\alpha} \cap s_{\beta} \cap s_{\gamma} = S$$

Centar opisane kružnice je tačka preseka simetrala stranica. Kod oštroglog trougla je u trouglu, kod pravouglog na sredini hipotenuze i kod tupouglog van trougla.



$$s_{AB} \cap s_{AC} \cap s_{BC} = O$$

Vrste trouglova:

Trouglovi se dele prema “stranicama” i prema “uglovima”.

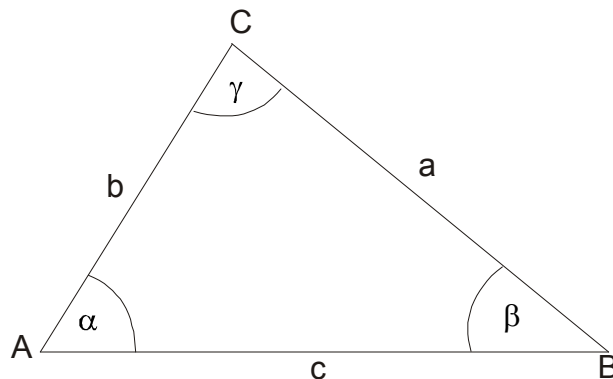
Prema stranicama:

- 1) jednakostranični
- 2) jednakokraki
- 3) nejednakostranični

Prema uglovima:

- 1) oštrogli
- 2) pravougli
- 3) tupougli

Nejednakostranični



$$O = a + b + c$$

$$P = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2} \quad \text{ili} \quad P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{ili} \quad P = r s \quad \text{ili} \quad P = \frac{abc}{4R}$$

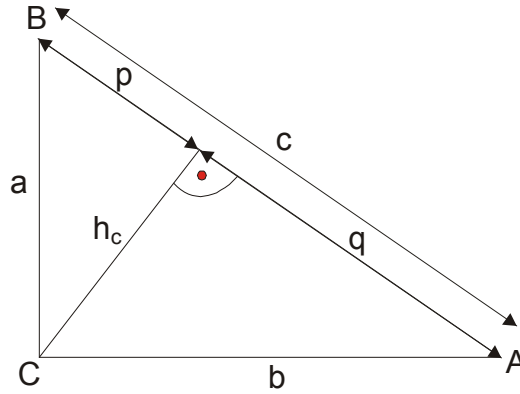
gde je:

$$s \text{ poluobim } s = \frac{a+b+c}{2},$$

r-poluprečnik upisane kružnice i

R-poluprečnik opisane kružnice.

Pravougli:



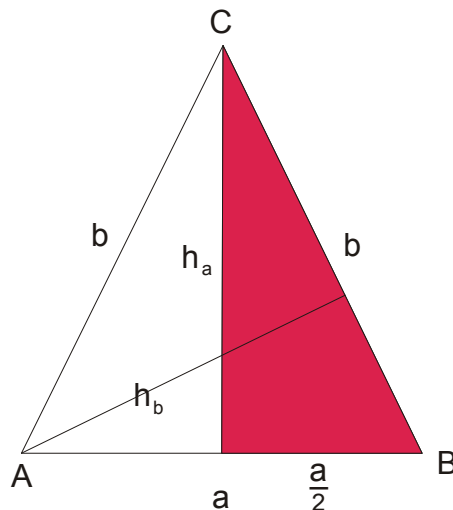
$$O = a + b + c$$

$$P = \frac{ab}{2} \quad \text{ili} \quad P = \frac{ch_c}{2} \quad \text{odavde je: } h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Pitagorina teorema}$$

$$R = \frac{c}{2}; \quad r = \frac{a+b-c}{2}; \quad h_c = \sqrt{pq}; \quad a = \sqrt{pc}; \quad b = \sqrt{qc}; \quad c = p+q$$

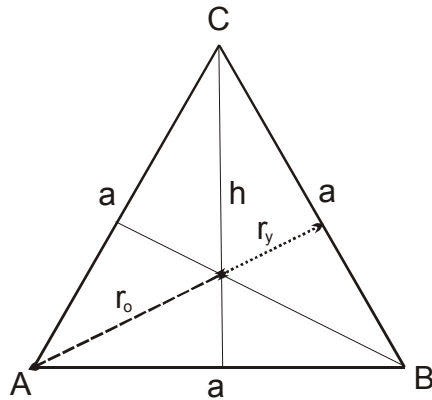
Jednakokraki :



Ovde je a osnova i b krak (kraci)

$$O = a + 2b \quad P = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} \quad \text{Primena Pitagorine teoreme: } h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2$$

Jednakostranični:

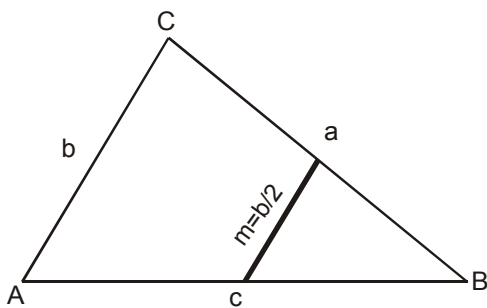
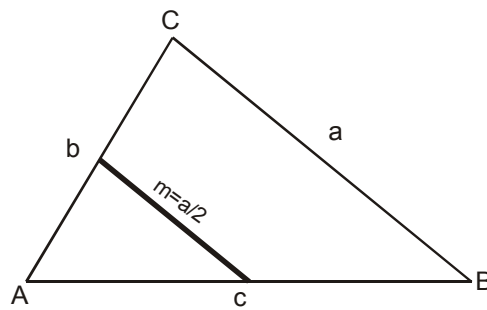
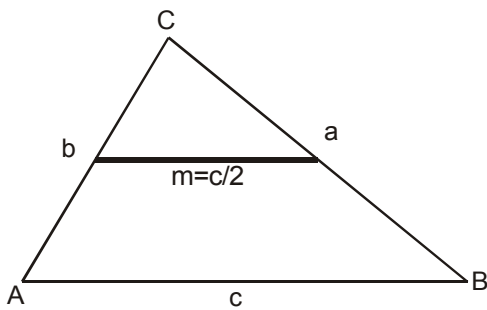


$$O = 3a \quad \text{i} \quad P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Visina} \quad h = \frac{a\sqrt{3}}{2} ; \quad r_y = \frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{6} ; \quad r_o = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Kod ovog trougla sve četiri značajne tačke se nalaze u jednoj tački.

Srednja linija trougla (m) je duž koja spaja sredine dve stranice i uvek je jednaka polovini paralelne stranice.



Podudarnost

$$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1 \Leftrightarrow$$

(SSS) Ako su sve stranice jednog trougla jednake odgovarajućim stranicama drugog trougla.

(SUS) Ako su dve stranice i zahvaćeni ugao jednog trougla jednaki dvema stranicama i zahvaćenom uglu drugog trougla.

(USU) Ako su stranica i na nju nalegli uglovi jednog trougla jednaki sa stranicom i na nju naleglim uglovima drugog trougla.

(SSU) Ako su dve stranice i ugao naspram veće od njih jednog trougla jednaki dvema stranicama i uglu naspram veće od njih drugog trougla.

Sličnost

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \Leftrightarrow$$

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$

$$AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1 = CA : C_1A_1$$

- Ako su dva ugla jednog trougla jednaka sa dva ugla drugog trougla.
- Ako su tri stranice jednog trougla proporcionalne trima stranicama drugog trougla.
- Ako su dve stranice jednog trougla proporcionalne dvema stranicama drugog trougla i uglovi između tih stranica jednaki.
- Ako su dve stranice jednog trougla proporcionalne sa odgovarajućim stranicama drugog trougla, uglovi naspram dveju od tih odgovarajućih stranica su uglovi iste vrste (ili oštri, ili pravi, ili tupi).