

Racionalni algebarski izrazi

1. Skratimo razlomak $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$
R: $\frac{x-3}{x-1}$ [MM 1.4-(3)6]
2. Ako je $a + b + c = 0$ dokazati da je $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ [MM 1.4-(3)11]
3. Reši jednačinu: $\frac{y-5}{7} + 2 = \frac{2y-3}{2} - \frac{6y+5}{14}$
R: $y = \frac{22}{3}$ [MM 1.4-(4)3]
4. Reši jednačinu: $(x+3)^2 - (x-4)^2 = 2x-13$
R: $x = -\frac{1}{2}$ [MM 1.4-(4)4]
5. Reši jednačinu: $|5x-1| + x = 2$
R: $x = \frac{1}{2}$ i $x = -\frac{1}{4}$ [MM 1.4-(4)8]
6. Reši jednačinu: $|x-4| - |2x+3| = 2$
R: $x = -\frac{1}{3}$ i $x = -5$ [MM 1.4-(4)9]
7. Reši nejednačinu: $3(x-2) + 9x > 2(x+3) + 8$
R: $x > 2$ [MM 1.4-(5)1]
8. Reši nejednačinu: $(x-1)(x-4) > 0$
R: $x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ [MM 1.4-(5)4a]
9. Reši nejednačinu: $(x+3)(x-5) > 0$
R: $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ [MM 1.4-(5)4b]

Kvadratne jednačine

10. Reši jednačinu $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$.
R: $x = 2$ [RA 35]
11. Reši jednačinu: $6x^2 - x - 2 = 0$

$$R: x = \frac{2}{3} \mid x = -\frac{1}{2} \quad [\text{MM 2.2-(1)1a}]$$

12. Reši jednačinu: $\frac{x+4}{x-1} + \frac{x^2}{1-x^2} = \frac{8}{x+1}$

$$R: x = 4 \quad [\text{RA 34}]$$

13. Reši jednačinu: $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

$$R: x = -1 \quad [\text{MM 2.2-(1)3}]$$

14. Za koje vrednosti parametra $m \in R$ jednačina $mx^2 - 4x + 1 = 0$ ima realna i različita rešenja

$$R: m \in (-\infty, 0) \cup (0, 4) \quad [\text{MM 2.2-(1)4}]$$

15. Za koje vrednosti parametra $m \in R$ jednačina $mx^2 + 6x + 3 = 0$ nema realna rešenja

$$R: m \in (3, +\infty) \quad [\text{MM 2.2-(1)5}]$$

16. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2 - 3x + 4}{1 - x^2} > 0$

$$R: x \in (-1, 1) \quad [\text{MM 2.2-(6)3}]$$

17. Za koje realne vrednosti x razlomak $\frac{-x^2 + 2x - 5}{2x^2 - x - 1}$ je manji od -1

$$R: x \in \left(-3, \frac{1}{2}\right) \cup (1, 2) \quad [\text{MM 2.2-(6)4}]$$

Eksponecijalne i logaritamske funkcije

18. Nacrtaj grafik funkcije $y = 2^{x+1}$

$$R: \quad [\text{MM 2.3-(1)3}]$$

19. Reši jednačinu $4^x = 2^{\frac{x+1}{x}}$

$$R: x = 1 \mid x = -\frac{1}{2} \quad [\text{MM 2.3-(2)1a}]$$

20. Reši jednačinu $16^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{x}{2}}$

$$R: x = 2 \mid x = -2 \quad [\text{MM 2.3-(2)1v}]$$

21. Reši jednačinu $2^{x+3} - 7 \cdot 2^x - 16 = 0$

$$R: x = 4 \quad [\text{MM 2.3-(2)2a}]$$

22. Reši nejednačinu $5^{-7x+3} > 5^{-3}$

$$R: x < \frac{6}{7} \quad [\text{MM 2.3-(3)1a}]$$

23. Reši nejednačinu $2^{x^2-3} > 2$

$$R: x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) \quad [\text{MM 2.3-(3)2v}]$$

24. Odredi nule funkcije $y = \log_3(\sqrt{x^2+21} - \sqrt{x^2+12})$

$$R: x = -2 \text{ i } x = 2 \quad [\text{MM 2.3-(5)4}]$$

25. Reši jednačinu $\log_2(x-1) + \log_2(x+2) = 2$

$$R: x = 2 \quad [\text{MM 2.3-(6)2a}]$$

26. Reši jednačinu $\log(5-x) + 2\log\sqrt{3-x} = 1$

$$R: x = 4 - \sqrt{11} \quad [\text{MM 2.3-(6)2c}]$$

27. Reši jednačinu $\log^2 x - 3\log x + 2 = 0$

$$R: x = 10 \text{ i } x = 100 \quad [\text{MM 2.3-(6)3a}]$$

28. Reši jednačinu $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$

$$R: x = 4 \text{ i } x = \sqrt{2} \quad [\text{MM 2.3-(6)3b}]$$

29. Reši nejednačinu $\log_2(3x+4) \geq 0$

$$R: x \in [-1, +\infty) \quad [\text{MM 2.3-(6)1a}]$$

30. Reši nejednačinu $\log_{\frac{1}{2}}(4x-3) < 0$

$$R: x \in (1, +\infty) \quad [\text{MM 2.3-(6)1b}]$$

31. Reši nejednačinu $\log_2(3x-5) < 1$

$$R: x \in \left(\frac{5}{7}, \frac{7}{3}\right) \quad [\text{MM 2.3-(6)1c}]$$

Trigonometrijske funkcije

32. Reši jednačinu $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$

$$R: x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \text{kada } k \in \mathbb{Z} \quad [\text{MM 2.4-(9)1a}]$$

33. Reši jednačinu $2\sin^2 x - \cos x = 1$

$$R: x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad x = \pi + 2k\pi \quad \text{kada } k \in \mathbb{Z} \quad [\text{MM 2.4-(9)1d}]$$

34. Reši jednačinu $\sin 6x - \sin 4x = 0$

$$R: x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}, \quad x = k\pi, \quad \text{kada } k \in \mathbb{Z} \quad [\text{MM 2.4-(9)3a}]?$$

35. Dokazati da je $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} - \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = 0$.

R:

36. Projektovanjem železničke pruge između mesta A i B predviđen je tunel. Izabrana je tačka C tako da su iz nje vidljiva i dostupna oba mesta. Merenjem je dobijeno da je $CA = 100\text{m}$, $CB = 200\text{m}$ i ugao $\angle ACB = 60^\circ$. Kolika je dužina tunela c

$$R: c = 100\sqrt{3}\text{m} \quad [\text{RA 57}]$$

Planimetrija i poliedri

37. Izračunati unutrašnji ugao pravilnog mnogougla, ako je razlika broja dijagonala i stranica 25.

$$R: \alpha = 144^\circ \quad [\text{MM 3.1-(2)2}]$$

38. Ako se broj stranica pravilnog mnogougla poveća za 2, tada se centralni ugao smanji za 6° . Odrediti broj dijagonala mnogougla.

$$R: D_{10} = 35 \quad [\text{MM 3.1-(2)3}]$$

39. Koji pravilan mnogougao ima 44 dijagonale?

$$R: n = 11 \quad [\text{MM 3.1-(2)8}]$$

40. Poluprečnik kruga upisanog u jednokraki trougao osnovice $a=12$ je $r=3r$. Izračunati obim trougla.

$$R: O = 32 \quad [\text{MM 3.1-(3)2}]$$

41. Dužina luka između dva susedna temena jednakostraničnog trougla upisanog u krug poluprečnika r je $l = \frac{4\pi}{3}$. Odrediti površinu trougla.

$$R: P = 3\sqrt{3} \quad [\text{MM 3.1-(3)4}]$$

42. Trapez osnovica a i b podeljen je odsečkom EF koji je paralelan osnovicama na dva dela jednakih površina. Odrediti EF.

$$R: EF = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \quad [\text{MM 3.1-(4)1}]$$

43. U jednakokrakom trapezu površine $P=32$ i visine $h = 4$, razlika osnovica je 6. Odrediti dužinu dijagonale .
 R: $d = 4\sqrt{5}$ [MM 3.1-(4)2]
44. Kolika je površina trapeza P čije su osnovice $a = 8$ i $b = 4$, a uglovi na osnovici $\alpha = 30^\circ$ i $\beta = 45^\circ$.
 R: $a = 12(\sqrt{3} - 1)$ [RA 11]
45. Izračunaj stranicu romba, čija je površina $P=16$ i jedna dijagonala je 2 puta duža od druge.
 R: $a = 2\sqrt{5}$ [RA 6]
46. Oko kruga poluprečnika $r = \frac{3}{2}$ je opisan jednakokraki trapez površine $P = 15$. Izračunati dužinu dijagonale trapeza.
 R: $d = \sqrt{34}$ [MM 3.1-(4)6]
47. Ako se ivica kocke produži za 3cm, površina joj se poveća za 198cm^2 . Izračunati površinu kocke.
 R: $P = 96\text{cm}^2$ [MM 3.1-(5)1]
48. Ako se ivica kocke produži za 3cm, površina joj se poveća za 198cm^2 . Izračunati zapreminu kocke.
 R: $V = 64\text{cm}^3$ [MM 3.1-(5)1]
49. Ivce dve kocke stoje u razmeri 4:3. Kolike su im površine ako im se površine razlikuju za 168cm^2
 R: $P_1 = 384\text{cm}^2$ | $P_2 = 216\text{cm}^2$ [MM 3.1-(5)2]
50. Ivce dve kocke stoje u razmeri 4:3. Kolike su im zapremine ako im se površine razlikuju za 168cm^2
 R: $V_1 = 512\text{cm}^3$ | $V_2 = 216\text{cm}^3$ [MM 3.1-(5)2]
51. Prava pravilna četverostrana prizma ima visinu 16cm i površinu 370cm^2 . Izračunati dužinu osnovne ivice.
 R: $a = 5\text{cm}$ [MM 3.1-(5)5]
52. Izračunati površinu prave trostrane jednakoivične prizme ivice $a=8\text{cm}$.
 R: $P = 32(\sqrt{3} + 6)\text{cm}^2$ [MM 3.1-(5)6]
53. Izračunati zapreminu prave trostrane jednakoivične prizme ivice $a=8\text{cm}$.
 R: $P = 128\sqrt{3}\text{cm}^3$ [MM 3.1-(5)6]
54. Pravilna četverostrana prizma ima omotač 8m^2 i dijagonalu 3m . Izračunati njenu zapreminu.
 R: $V = 4\text{m}^3$ ili $V = \sqrt{2}\text{m}^3$ [MM 3.1-(5)7]

55. Osnova prava prizme je jednakokraki trougao osnovice 10dm, a visina tog trougla jednaka je visini prizme. Ako je zapremina prizme 720dm^3 , izračunati površinu prizme.
R: $P = 552\text{dm}^2$ [MM 3.1-(5)9]
56. Osnova prave prizme je romb čije su dijagonale $d_1 = 18\text{cm}$ i $d_2 = 24\text{cm}$, dok je dijagonala bočne stranice prizme $d = 39\text{cm}$. Izračunati površinu prizme.
R: $P = 2592\text{cm}^2$ [MM 3.1-(5)10]
57. Kocka je upisana u pravu kupu visine $H=6$ i poluprečnika osnove $R=4$ tako da četiri temena leže na izvodnicama kupe, a četiri na osnovi. Odrediti ivicu a kocke.
R: $12(3\sqrt{2} - 4)$ [RA 15]
58. Date su osnovna ivica $a = 10\text{cm}$ i visina $H=12\text{cm}$ pravilne četverostrane piramide. Odrediti njenu površinu.
R: $P = 360\text{cm}^2$ [MM 3.1-(6)1]
59. Date su osnovna ivica $a = 10\text{cm}$ i visina $H=12\text{cm}$ pravilne četverostrane piramide. Odrediti njenu zapreminu.
R: $V = 400\text{cm}^3$ [MM 3.1-(6)1]
60. Osnova prave piramide je pravougaonik, sa stranicama 12cm i 9cm. Odrediti zapreminu piramide, ako je njena bočna ivica 12,5cm.
R: $V = 360\text{cm}^3$ [MM 3.1-(6)2]
61. Koliko iznosi zapremina piramide čija je: osnova pravougaonik površine $B = 36\sqrt{3}$, a ugao između dijagonala pravougaonika $\alpha = 60^\circ$ i izvodnice imaju nagib $\gamma = 45^\circ$ prema osnovi.
R: $V = 72\sqrt{3}$ [RA 22]
62. Izračunati zapreminu pravilnog tetraedra u funkcij ivice a .
R: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ [MM 3.1-(6)4]
63. Izračunati zapreminu pravilne četverostrane zarubljene piramide ako su osnovne ivice 7m i 5m i dijagonala 9m.
R: $V = 109\text{m}^3$ [MM 3.1-(6)6]

Obrtna tela

64. Površina pravog valjka je $P = 84\pi\text{cm}^2$, a visina mu je za 5cm veća od prečnika osnove. Izračunati visinu valjka.

R: $H = 11\text{cm}$ [MM3.2-(3)2]

65. Površina pravog valjka je $P = 84\pi\text{cm}^2$, a visina mu je za 5cm veća od prečnika osnove. Izračunati zapreminu valjka.

R: $V = 99\pi\text{cm}^3$ [MM3.2-(3)2]

66. Izračunati površinu šupljeg valjka čija je visina $H = 25\text{cm}$, poluprečnik spoljašnjeg omotača $R = 15\text{cm}$, a unutrašnjeg je $r = 6\text{cm}$.

R: $P = 1428\pi\text{cm}^2$ [MM3.2-(3)4]

67. Površina kupe je $24\pi\text{cm}^2$, a površina njene osnove je $9\pi\text{cm}^2$. Izračunati zapreminu kupe.

R: $V = 12\pi\text{cm}^3$ [MM3.2-(5)1]

68. Zapremina zarubljene kupe jednaka je 584π , a poluprečnici osnova su 10 i 7. Naći visinu zarubljene kupe.

R: $H = 8$ [MM3.2-(5)4]

Analitička geometrija u ravni

69. U jednačini $px + (p+1)y - 8 = 0$ odrediti parametar p , tako da prava gradi dva puta veći odsečak na apscisnoj osi nego na ordinatnoj osi.

R: $p = 1$ [MM 3.5-(1)5]

70. Odrediti tačku na pravoj $4x + 3y = 12$, koja je podjednako udaljena od tačaka A(-1,-2) i B(1,4).

R: $M(0,3)$ [RA 24]

71. Data su temena trougla A(-5,-2), B(7,6), C(5,4). Odrediti jednačinu visine h_c .

R: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{23}{2}$ [MM 3.5-(1)7]

72. U pramenu pravih $2x + y + 4 + \lambda(x - 2y - 3) = 0$ odrediti pravu čije odstojanje od tačke P(2,-3) iznosi $\sqrt{10}$

R: $y = 3x + 1$ i $11x + 28y + 67 = 0$ [MM 3.5-(1)8]

73. Iz koordinatnog početka povučene su tangente na kružnicu

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$. Naći njihove jednačine.

R: $y = 0$ i $y = \frac{12}{5}x$ [MM 3.5-(2)3]

74. Odrediti koordinate tačke M koja polovi luk A(5,0)B(3,y) kruga $x^2 + y^2 = 25$, pri čemu je $y > 0$.

$$R: M_1(2\sqrt{5}, \sqrt{5}) \mid M_2(-2\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \quad [\text{RA } 27]$$