



**VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA
STRUKOVNIIH STUDIJA
POŽAREVAC**

MILORADOVIĆ MIROLJUB

**M A T E M A T I K A
NEREŠENI ZADACI ZA PRIJEMNI ISPIT
AGRONOMIJA, EKOLOGIJA,
ELEKTROTEHNIKA, MAŠINSTVO**

POŽAREVAC 2007

OBAVEZNO PROČITATI !

Izrada zadataka traje 120 minuta.

Rešava se 6 zadataka.

Svaki tačno rešeni zadatak sa obrazloženim koracima donosi 10 bodova.

Maksimalno osvojeni broj bodova je 60.

Pri rešavanju zadataka nije dozvoljena upotreba mobilnih telefona, tablica ili računara.

S A D R Ź A J

| | |
|---|----|
| 1. Algebarski izrazi, stepenovanje i korenovanje..... | 4 |
| 2. Linearne jednačine i nejednačine..... | 6 |
| 3. Linearne funkcije..... | 8 |
| 4. Kvadratne funkcije, jednačine i nejednačine..... | 10 |
| 5. Eksponencijalne jednačine i funkcije..... | 12 |
| 6. Logaritam..... | 14 |
| 7. Iracionalne jednačine i nejednačine..... | 16 |
| 8. Binomne i bikvadratne jednačine..... | 18 |
| 9. Trigonometrijske jednačine i nejednačine..... | 20 |
| 10. Površina i zapremina geometrijskih tela..... | 22 |
| 11. Aritmetički i geometrijski niz..... | 24 |
| 12. Analitička geometrija u ravni..... | 26 |

1. ALGEBARSKI IZRAZI, STEPENOVANJE I KORENOVANJE

1.1 Izračunati vrednost izraza

$$\left((a+a^{-1}) - (b+b^{-1}) \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{za} \quad a = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}, \quad b = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.$$

1.2 Izračunati

$$\frac{a}{b} \left(1 - \frac{a}{a+b} \right) + \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} \left(1 - \frac{b}{a+b} \right).$$

1.3 Izračunati

$$\left(\frac{3x-2y}{2x-3y} - \frac{3x+2y}{2x+3y} \right) \left(\frac{2}{y^2} - \frac{9}{2x^2} \right).$$

1.4 Uprostiti izraz

$$\left(\frac{1}{m-\sqrt{mn}} + \frac{1}{m+\sqrt{mn}} \right) \frac{m^3-n^3}{m^2+mn+n^2}.$$

1.5 Uprostiti izraz

$$\frac{a^3+b^3}{(a+b)(a^2-b^2)} + \frac{2b}{a+b} - \frac{ab}{a^2-b^2}.$$

1.6 Uprostiti izraz

$$\left[\left(\frac{(m+n)^2}{mn} - 4 \right) \left(\frac{(m+n)^2}{mn} - 1 \right) \right] : \frac{m^3-n^3}{mn}.$$

1.7 Uprostiti izraz

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{2a-5}{a-1} \right) : \frac{10}{a-1}.$$

1.8 Izračunati

$$\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{a+2} + \sqrt{a-2}} - \frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{a+2} - \sqrt{a-2}}, \quad a > 2.$$

1.9 Skratiti razlomak

$$\frac{(m-1)\sqrt{m} - (n-1)\sqrt{n}}{\sqrt{m^3n + mn + m^2 - m}}, \quad m > n > 0.$$

1.10 Uprostiti izraz

$$\left(\frac{1}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^2} - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}\right)^{-1} \right) (ab)^{-\frac{1}{2}}, \quad a > 0, b > 0, a \neq b.$$

1.11 Obaviti naznačene operacije

$$\left(\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{1-a} - \frac{a}{a-1} \right) \frac{a-1}{\sqrt{a}}, \quad a > 0, |a| \neq 1.$$

1.12 Izračunati

$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}.$$

1.13 Uprostiti izraz

$$\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b} \right)^2, \quad a > 0, b > 0, a \neq b.$$

1.14 Uprostiti izraz

$$\frac{\left(1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\right) a^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab}}, \quad a > 0, b > 0.$$

1.15 Uprostiti izraz
$$\frac{\frac{a+b}{1} - \frac{a-b}{1}}{(a+b)^2} - \frac{\frac{a+b}{1}}{(a-b)^2}, \quad ab \neq 0.$$

2. LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

2.1 Odrediti, ako postoji, re{enje jedna~ine

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4x+1}{x^2-1}.$$

2.2 Re{iti jedna~inu

$$\frac{x}{x+2} - \frac{5}{x+3} = \frac{10x}{x^2+5x+6} + \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+3}.$$

2.3 Re{iti jedna~inu

$$\frac{2a-x}{1-2a} - \frac{2a+x}{2a+1} - \frac{2ax}{4a^2-1} = 0.$$

2.4 Re{iti jedna~inu

$$\frac{x+b^2}{a^2-x} - \frac{b^2-x}{x+a^2} = \frac{a^2+b^2}{a^4-x^2}.$$

2.5 Re{iti jedna~inu

$$|x+3| + |x-2| = 2x+3.$$

2.6 Re{iti jedna~inu

$$|x| - |x-2| = 2.$$

2.7 Re{iti jedna~inu

$$3|x-2| - 2|x+1| = 1.$$

2.8 Re{iti jedna~inu

$$\frac{x-6a}{x+6a} + \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{2x(x+4a)}{x^2-36a^2}.$$

2.9 Rešiti jednačinu

$$\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{3x+5}{x^2-1}.$$

2.10 Rešiti nejednačinu

$$5(4-2x) - \frac{1-x}{2} + \frac{4-x}{3} \geq 2(5x-1) - \frac{3-7x}{6}.$$

2.11 Rešiti nejednačinu

$$2|x+1| > x+4.$$

2.12 Rešiti nejednačinu

$$|x+2| < 2x-1.$$

2.13 Rešiti nejednačinu

$$\frac{2x+1}{x-5} \leq 3.$$

2.14 Rešiti nejednačinu

$$|x-3| > |x+2|.$$

2.15 Rešiti jednačinu

$$7x-49+p^2 = px.$$

3. LINEARNE FUNKCIJE

3.1 U funkciji $y = ax + b$ odrediti realne parametre a i b tako da njenom grafiku pripadaju tačke $A(3, -4)$ i $B(-2, 1)$.

3.2 Data je prava

$$(b-1)x + (b+2)y + b^2 + 2b + 1 = 0.$$

Odrediti vrednost parametra b za koje prava prolazi kroz koordinatni početak, pa za tu vrednost napisati jednačinu prave.

3.3 Skicirati grafik funkcije

$$(2+x)^2 - 3(x-2y) = x(x-3).$$

3.4 Odrediti parametar k tako da funkcija

$$y = \frac{3k-1}{k-2}x + 2k - 1$$

bude rastuća.

3.5 U skupu funkcija

$$y = (a-4)x - (3a-10), \quad a \in \mathbb{R},$$

odrediti parametar a tako da tačka $M(1, 2)$ pripada grafiku funkcije. Za nadjenu vrednost parametra a ispitati funkciju i skicirati njen grafik.

3.6 Odrediti parametar k tako da funkcija

$$y = \frac{-k+1}{2k-3}x - k - 1$$

bude opadajuća.

3.7 U funkciji $f(x) = (a-3)x + 2a + 5$ odrediti parametar a tako da grafik funkcije seče Oy osu u tački čija je ordinata $y = 5$, pa za nadjeno a skicirati grafik funkcije.

3.8 Nacrtati grafik funkcije $y = |2x + 4| - 2$.

3.9 Nacrtati grafik funkcije $y = |x + 1| - |x - 2|$.

3.10 Nacrtati grafik funkcije $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 6x + 9}$.

3.11 Ispitati promene funkcije $y = x + \frac{|x|}{x}$ i konstruisati njen grafik.

3.12 Odrediti $f(x)$ i $f^{-1}(x)$ ako je $f(x+1) = 3x + 4$.

3.13 U funkciji $y = (2m-3)x + m - 1$ odrediti parametar m tako da grafik funkcije sa Ox osom gradi nula ugao, pa za nadjeno m konstruisati grafik funkcije.

3.14 Dat je skup funkcija $y = (4m-6)x - (3m-2)$, $m \in R$. Odrediti m tako da funkcija ima nulu $x=2$, pa za nadjeno m konstruisati grafik funkcije.

3.15 Neka je $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$. Odrediti $f^{-1}(x)$ i skicirati grafike funkcija $f(x)$ i $f^{-1}(x)$.

4. KVADRATNE FUNKCIJE, JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

4.1 U skupu funkcija

$$y = (m-1)x^2 + (m-4)x - (m+1)$$

odrediti parametar $m \in R$ tako da funkcija postiže najmanju vredost za $x=1$. Za nadjeno m odrediti y_{\min} i nule funkcije.

4.2 Skicirati grafik funkcije $y = -x^2 + 3x - 2$.

4.3 Odrediti parametar $a \in R$ tako da jedan od korena jednačine $x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$ bude kvadrat drugog korena.

4.4 Odrediti kvadratnu jednačinu čija rešenja x_1 i x_2 zadovoljavaju relacije

$$4x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 4 = 0 \text{ i } (x_1 - 1)(x_2 - 1) = \frac{1}{6}.$$

4.5 Data je jednačina $5x^2 - (m+6)x + (m+1) = 0$. Sastaviti kvadratnu jednačinu čija su rešenja $z_1 = 1 - \frac{4}{x_1}$, $z_2 = 1 - \frac{4}{x_2}$.

4.6 Odrediti vrednost parametra $p \in R$ tako da jednačina

$$9x^2 - 2x - p = 6 + px$$

ima kompleksne korene.

4.7 Data je funkcija

$$y = (r^2 - 1)x^2 + 2(r-1)x + 2.$$

Odrediti realan parametar r tako da funkcija bude pozitivna za svako realno x .

4.8 Rešiti nejednačinu

$$|x^2 - 4x - 5| \leq x + 1.$$

4.9 Odrediti $a \in R$ tako da jednačina

$$x^2 + (3-a)x + a^2 = 0$$

ima negativna rešenja.

4.10 Izračunati p i q tako da p i q budu rešenja jednačine

$$x^2 + px + q = 0.$$

4.11 Ako su x_1 i x_2 rešenja jednačine $x^2 + kx + 1 = 0$, naći one vrednosti $k \in R$ za koje važi nejednakost

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 2.$$

4.12 U zavisnosti od $a \in R$ po x rešiti nejednačinu

$$\frac{x}{x-a} - \frac{2a}{x+a} > \frac{8a^2}{x^2 - a^2}.$$

4.13 Odrediti $a \in R$ tako da jednačina

$$4x^2 = (3-a)(2x-1)$$

ima realna i različita rešenja x_1 i x_2 za koja važi

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 3.$$

4.14 Odrediti $m \in R$ tako da za svako $x \in R$ važi

$$(2m-1)x^2 + (m+2)x + m - 1 < 0.$$

4.15 Rešiti nejednačinu

$$\frac{2}{1+2x} + \frac{1}{1-2x} \geq 1.$$

5. EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE I FUNKCIJE

5.1 Rešiti jednačinu

$$\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^x = 8.$$

5.2 Rešiti jednačinu

$$9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x.$$

5.3 Rešiti jednačinu

$$3^{\frac{x-1}{2}} - 2^{\frac{x+1}{3}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 3^{\frac{x-3}{2}}.$$

5.4 Rešiti jednačinu

$$2^{\sqrt[3]{x}} + 3 \cdot 2^{\sqrt[3]{x-1}} = 20.$$

5.5 Rešiti jednačinu

$$2^{3x} \cdot 3^x - 2^{3x-1} \cdot 3^{x+1} = -288.$$

5.6 Rešiti jednačinu

$$4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}.$$

5.7 Rešiti jednačinu

$$0.125^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-x}.$$

5.8 Rešiti jednačinu

$$4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6.$$

5.9 Rešiti jednačinu

$$2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^3.$$

5.10 Rešiti jednačinu

$$10^{\frac{2}{x}} + 25^{\frac{1}{x}} = 4,25 \cdot 50^{\frac{1}{x}}.$$

5.11 Rešiti jednačinu

$$3 \cdot \sqrt[x]{10} = 5(50 + \sqrt[2]{10}).$$

5.12 Rešiti jednačinu

$$0,5^{x^2-20x+61,5} = \frac{8}{\sqrt{2}}.$$

5.13 Rešiti jednačinu

$$20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0.$$

5.14 Rešiti jednačinu

$$2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} = -4.$$

5.15 Rešiti jednačinu

$$3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}.$$

6. LOGARITAM OSOBIŇE, JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

6.1 Rešiti jednačinu

$$\log_{10} \sqrt{75 + 5^{\sqrt[3]{x-1}}} = 1.$$

6.2 Rešiti jednačinu

$$\log_2 (9 - 2^x) = 3 - x.$$

6.3 Rešiti jednačinu

$$\log_3 [1 + \log_3 (2^x - 7)] = 1.$$

6.4 Rešiti jednačinu

$$\log_5 x + \log_{25} x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{3}.$$

6.6 Izračunati vrednost izraza

$$x = 2 \log_5 125 \cdot 2^{1 + \log_2 4} - 3^{2 \log_3 9 - 1}.$$

6.7 Izračunati vrednost izraza

$$x = 10^{1 - \log 5} + 10^{2 - \log 20} - 10^{3 - \log 500}.$$

6.8 Izračunati vrednost izraza

$$x = -\log_2 \left(\log_2 \sqrt[4]{2} \right).$$

6.9 Izračunati vrednost izraza

$$x = \log_3 \left(\log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}} \right).$$

6.10 Izračunati vrednost izraza

$$0,8 \cdot \left(1 + 9^{\log_3 8} \right)^{\log_{65} 5}.$$

6.11 Rešiti nejednačinu

$$\log_3^2(5-x) + 5 \log_{\frac{1}{3}}(5-x) + 6 \geq 0.$$

6.12 Rešiti nejednačinu

$$\log_2^2(3-x) + \log_{\sqrt{2}}(3-x) \geq 4.$$

6.13 Rešiti nejednačinu

$$(1 + \log x)(2 + \log x) \leq 6.$$

6.14 Rešiti nejednačinu

$$\log x + \log(4x+3) \leq 2 \log(3-2x).$$

6.15 Rešiti nejednačinu

$$\log_5 x \geq \log_{25}(3x-2).$$

7. IRACIONALNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

7.1 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1.$$

7.2 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x+14} - \sqrt{x-7} = \sqrt{x+5}.$$

7.3 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{x-2} + |x-2| = 4.$$

7.4 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x^2-2} > 2.$$

7.5 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{|x|+1} - |x| = \frac{1}{2}.$$

7.6 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x+3} < x-2.$$

7.7 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x-2} < 4-x.$$

7.8 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{6-|x|} < x.$$

7.9 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = \sqrt{x+1}.$$

7.10 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{4x+6} + \sqrt{4x-6} = \sqrt{12x+6} .$$

7.11 Rešiti nejednačinu

$$6x-1 > \sqrt{5-2x} .$$

7.12 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{-x^2+x+6} + x-1 > 0 .$$

7.13 Rešiti nejednačinu

$$x+4 > 2\sqrt{4-x^2} .$$

7.14 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{25-x^2} = 7-x .$$

7.15 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{4+x\sqrt{x^2-7}} = 4, \quad x \in R .$$

8. BINOMNE I BIKVADRATNE JEDNAČINE

8.1 Rešiti jednačinu

$$(x^2 - 4x + 3)^2 - 8(x^2 - 4x) - 9 = 0.$$

8.2 Rešiti jednačinu

$$x^3 - 2x + 1 = 0.$$

8.3 Po x rešiti jednačinu

$$x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + 4a^2b^2 = 0.$$

8.4 Rešiti jednačinu

$$x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} = 4.$$

8.5 Rešiti jednačinu

$$4x^2 + 12x + 12x^{-1} + 4x^{-2} = 47.$$

8.6 Odrediti sva rešenja jednačine

$$x^3(8x^3 + 1) - 1 = 8x^3.$$

8.7 Rešiti jednačinu

$$(x + a)^2 + \frac{1}{(x + a)^2} = b^2.$$

8.8 Naći sva rešenja jednačine

$$x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0.$$

8.19 Rešiti simetričnu jednačinu

$$6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0.$$

8.10 Rešiti jednačinu

$$(x^2 + 2)^2 + 5(x^2 + 2) + 4 = 0.$$

8.11 Rešiti simetričnu jednačinu

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0.$$

8.12 Po x rešiti jednačinu

$$x^8 - 10a^2x^4 + 9a^4 = 0.$$

8.13 Skratiti razlomak

$$\frac{x^2 - 4}{x^4 - 13x^2 + 36}.$$

8.14 Odrediti $a \in R$ tako da jednačina

$$a^2x^2 - 16x + 3a^2 + 4 = 0$$

ima jednaka rešenja.

8.15 Po x rešiti jednačinu

$$\frac{x^2}{x^2 - 2a^2} = \frac{6a^2}{x^2 - a^2}.$$

9. TRIGONOMETRIJSKE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

9.1 Rešiti jednačinu

$$\sin 13x + \cos 13x = \sqrt{2} \sin 17x .$$

9.2 Odrediti rešenja jednačine

$$\sin 2x = -\cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) .$$

9.3 Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x = 0 .$$

9.4 Rešiti jednačinu

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 .$$

9.5 Rešiti jednačinu

$$\cos x = \cos 3x + 2 \sin 2x .$$

9.6 Rešiti jednačinu

$$2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2} \sin 2x .$$

9.7 Rešiti jednačinu

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2} .$$

9.8 Rešiti jednačinu

$$2 \cos 2x + 2 \sin^2 x - 3 \cos x = -1 .$$

9.9 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{3} \cos 4x + \sin 4x > \sqrt{2} .$$

9.10 Rešiti nejednačinu

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x < -\sqrt{2} .$$

9.11 Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{3} \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) - \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right) > \sqrt{3} .$$

9.12 Rešiti jednačinu

$$\cos^2 x + 3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 1 .$$

9.13 Rešiti jednačinu

$$4 \cos^2 (2 - 6x) + 16 \cos^2 (1 - 3x) = 13 .$$

9.14 Rešiti nejednačinu

$$\sin x + \cos x < \sqrt{2} .$$

9.15 Rešiti jednačinu

$$\sin^2 x - 3 \cos^2 x + 2 \sin 2x = 1 .$$

10. POVRŠINA I ZAPREMINA GEOMETRIJSKIH TELA

10.1 Visine dva valjka jednakih osnova odnose se kao 1:3. Zapremina prvog valjka je $36\pi \text{ cm}^3$. Kolika je zapremina drugog valjka?

10.2 Izvodnica kupe je 10 cm , a površina kupe je $96\pi \text{ cm}^2$. Naći omotač i zapreminu kupe.

10.3 Izračunati zapreminu kupe čija je površina 90π , a izvodnica je za 3 duža od prečnika osnove.

10.4 Poluprečnici osnova zarubljene kupe su 7 i 2, a izvodnica je 13. Naći površinu i zapreminu zarubljene kupe.

10.5 Površina zarubljene kupe je 308π , izvodnica 17 a poluprečnik veće osnove 10. Izračunati zapreminu zarubljene kupe.

10.6 Izračunati površinu i zapreminu prave trostrane prizme čije su osnovne ivice 13, 14 i 15, a visina 10.

10.7 Kod pravilne šestostrane prizme je a osnovna ivica i H visina. Naći površinu prizme ako je $a:H=1:2$ i zapremina je $24\sqrt{3}$.

10.8 Površina valjka je $180\pi \text{ cm}^2$, a razlika visine i poluprečnika osnove je 3 cm . Izračunati zapreminu valjka.

10.9 Kod pravilne četverostrane piramide je a osnovna ivica, h apotema (visina bočne strane), H visina, P površina i V zapremina. Naći ove veličine ako važi

$$P = V, a : h : H = 6 : 5 : 4.$$

10.10 Kod pravilne šestostrane piramide je osnovna ivica 10, bočna ivica 13. Naći površinu i zapreminu piramide.

10.11 Površina pravilne trostrane piramide je $18\sqrt{3}$, a visina piramide je dva puta duža od osnovne ivice. Naći osnovnu ivicu i zapreminu piramide.

10.12 Površine osnova pravilne četverostrane zarubljene piramide odnose se kao 9:1, zapremina joj je 156, a visina 4. Izračunati površinu piramide.

10.13 Apotema h i osnovne ivice a_1 i a_2 pravilne četverostrane zarubljene piramide se odnose kao 5:8:2, a njena zapremina je 112. Naći površinu zarubljene piramide.

10.14 Kod pravilne zarubljene trostrane piramide su osnovne ivice 9 i 3, a visina bočne strane (apotema) je 8. Naći zapreminu piramide.

10.15 Izračunati visinu pravilne trostrane prizme površine $20\sqrt{3}$ i osnovne ivice $a = 4$.

11. ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZ

11.1 Ivice pravouglog paralelepipeda čija je prostorna dijagonala 6, a površina 72, čine geometrijski niz. Izračunati ivice.

11.2 Peti član aritmetičkog niza je 13, a deveti član 19. Odrediti niz.

11.3 Izračunati zbir prvih n prirodnih brojeva.

11.4 Kod aritmetičkog niza je $a_1 = 2$ i $a_8 = 23$. Naći a_{15} .

11.5 Kod aritmetičkog niza je $a_3 + a_9 = 8$. Naći S_{11} .

11.6 Koliko brojeva treba umetnuti između brojeva 16 i 250 da bi se dobio aritmetički niz čiji je zbir članova 1995?

11.7 Odrediti geometrijski niz kod koga je zbir drugog i trećeg člana 6, a četvrti član je za 24 već od drugog člana.

11.8 U geometrijskom nizu je zbir prva dva člana 25, a zbir prva tri člana 105. Naći prvi član koji odgovara pozitivnom količniku.

11.9 Obim pravouglog trougla je $3h$, a njegove stranice obrazuju aritmetički niz. Kolike su stranice?

11.10 Tri broja, čiji je zbir 65, obrazuju geometrijski niz. Ako se srednji član uveća za 10 niz postaje aritmetički. Odredi ta tri broja.

11.11 Tri broja čiji je zbir 30, čine aritmetički niz. Ako se drugom doda 2 a trećem 10 dobija se geometrijski niz. Izračunati te brojeve.

11.12 Tri broja zbira 57 čine geometrijski niz. Srednji član je $\frac{6}{13}$ od zbira susednih. Odrediti te brojeve.

11.13 Izračunati zbir prvih 6 članova geometrijskog niza ako je

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$$

11.14 Izmedju brojeva 4 i 1024 umetnuti (interpolirati) tri broja koji sa datim brojevima čine geometrijski niz.

11.15 Razlika četvrtog i prvog člana geometrijskog niza je 52, a zbir prva tri člana tog niza je 26. Naći zbir prvih šest članova tog niza.

12. ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI

12.1 Data su dva susedna temena $A(-4,4)$ i $B(2,8)$ i presek dijagonala $S(2,2)$ paralelograma $ABCD$. Izračunaj koordinate temena C i D .

12.2 Odredi jednačinu prave koja sadrži tačku $M(-1,4)$ i čije je rastojanje od tačke $N(-2,-1)$ jednako 5.

12.3 Odredi m tako da se prave

$$5x + my - 5m = 0 \text{ i } x + 3y + 10 = 0$$

seku pod uglom od $\frac{\pi}{4}$.

12.4 Dat je trougao sa temenima $A(-1,3)$, $B(0,4)$ i $C(-2,-2)$. Odredi jednačinu visine trougla iz temena C .

12.5 Odredi k tako da prava

$$y = kx + 3$$

buda tangenta kružnice

$$x^2 + y^2 = 1.$$

12.6 Odrediti jednačinu elipse čija je mala osa 3, a sadrži tačku $A(3,2)$.

12.7 Odredi tangente elipse

$$x^2 + 2y^2 = 12$$

paralelne pravoj

$$x + y - 2 = 0.$$

12.8 Sastaviti jednačinu elipse

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

koja dodiruje prave

$$x + 3y + 16 = 0 \text{ i } x + y - 8 = 0.$$

12.9 Odredi jednačinu hiperbole koja ima asimptotu $y = \pm 0.5x$ i prolazi kroz tačku $M(5, 2)$.

12.10 Odredi tangentu hiperbole

$$9x^2 - 4y^2 = 36$$

koja je paralelna pravoj $y = 2x - 4$.

12.11 Odredi dužinu tetive parabole

$$y^2 = 4x$$

koja prolazi kroz njenu žižu i ima koeficijent pravca $k = 2$.

12.12 Odrediti jednačinu tangente parabole

$$y^2 = 3x$$

koja je paralelna pravoj $3x - y - 1 = 0$.

12.13 Odrediti tačku C na Oy -osi tako da je površina trougla ABC , gde je $A(-1, 2)$ i $B(2, 3)$, jednaka 10.

12.14 Odredi centar i poluprečnik kružnice

$$x^2 + y^2 - x - 2y = 0.$$

12.15 Odrediti jednačinu kružnice sa centrom u $C(-3, 2)$ i koja prolazi kroz tačku $M(0, 6)$.

- [1] Bogoslavov T. V., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 1, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1997.
- [2] Bogoslavov T. V., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 2, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1996.
- [3] Bogoslavov T. V., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 4, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1983.
- [4] Djoković Ž. D., Mitrinović O., Tošić DJ. D., Matematički priručnik za takmičenje srednjoškolaca i prijemne ispite na fakultetima, "Gradjevinska knjiga", Beograd, 1966.
- [5] Georgijević D., Obradović M., Matematika sa zbirkom zadataka za III razred srednje škole, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1996.
- [6] Georgijević D., Obradović M., Matematiskop 4, "Nauka", Beograd, 1991.
- [7] Herceg D., Matematičke formule, "Zmaj", Novi Sad, 2001.
- [8] Herceg D., Lužanin Z., Pripremni zadaci za prijemni ispit iz matematike, "Symbol", Novi Sad, 2002.
- [9] Ivanović Ž., Ognjanović S., Matematika 1, "Krug", Beograd, 1999.
- [10] Mintaković S., Zbirka zadataka iz stereometrije, Zavod za izdavanje udžbenika, Sarajevo, 1968.
- [11] Mičić V., Ivanović Ž., Ognjanović S., Zbirka zadataka iz matematike za II razred srednje škole, Naučna knjiga, Beograd, Zavod za izdavanje udžbenika, Novi Sad, 1991.
- [12] Ognjanović S., Kadelburg V., Matematika 4⁺, "Krug", Beograd, 1995.
- [13] Srećković S., Perišić P., Zbirka rešenih zadataka sa klasifikacionih ispita iz matematike, Požarevac, 1997.
- [14] Srećković S., Viša matematika – metodička zbirka zadataka, Požarevac, 1998.
- [15] Vasić M. P., Janić R. R., Bogoslavov T. V., Zbirka zadataka iz matematike za II razred zajedničke osnove srednjeg usmerenog obrazovanja, "Naučna Knjiga", Beograd, 1980.