TEST IZ 2009. GODINE

1. Производ бројева $2\frac{1}{5}$ и 2,5 умањити за збир бројева 8,5 и 3,34.

Место за рад:

$$\left(2\frac{1}{5}\cdot 2,5\right)-(8,5+3,34) = (2,2\cdot 2,5)-11,84 = 5,5-11,84 = -6,34.$$

Поступак обавезан - 1 поен

-6,34

2. Израчунати $\frac{2^3\cdot 4^2}{16^2:8}$.

Место за рад:

$$\frac{2^3\cdot 4^2}{16^2:8} = \frac{2^3\cdot\left(2^2\right)^2}{\left(2^4\right)^2:2^3} = \frac{2^3\cdot 2^4}{2^8:2^3} = \frac{2^7}{2^5} = 2^2 = 4.$$

Поступак обавезан - 1 поен

3. Раставити на чиниоце изразе:

А) $9a^2-16$;

Б) $4xy-16x^2y$.

Место за рад:

А) $9a^2-16 = (3a)^2-4^2 = (3a-4)\cdot(3a+4)$;

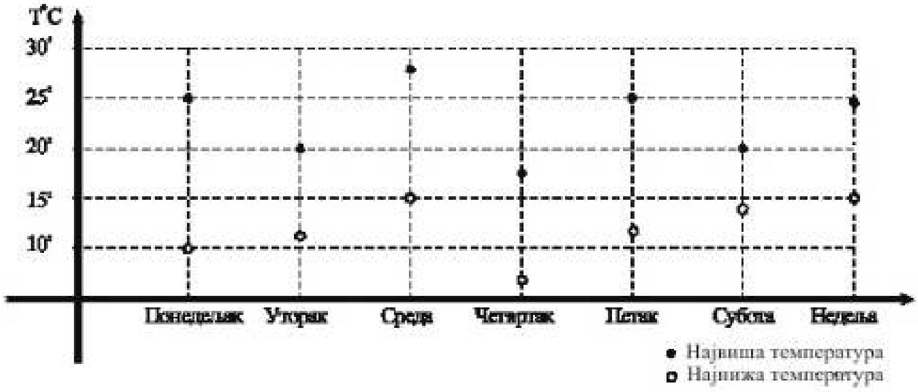
Б) $4xy-16x^2y = 4xy(1-4x)$.

Поступак није обавезан
Тачан одговор под А) - 0,5 поена
Тачан одговор под Б) - 0,5 поена

А) $(3a-4)\cdot(3a+4)$ **Б)** $4xy(1-4x)$

4.

На графику су приказане највиша и најнижа дневна температура у току једне седмице:



А) Ког дана је забележена највиша температура?

Б) Ког дана је забележена највећа разлика између највише и најниже температуре и колика је та разлика у степенима?

А) Највиша температура забележена је у среду;

Б) Највећа разлика између највише и најниже температуре забележена је у понедељак и та разлика је износила 15°C.

Поступак није обавезан
Тачан одговор под А) - 0,5 поена
Тачан одговор под Б) - 0,5 поена

А) у среду **Б) у понедељак** 15°C.

5. Одредити тачку A чија је ордината -2 и која припада графику функције $y = -3x + 1$.

Место за рад:

Тачка $A(x, -2)$ припада графику функције $y = -3x+1$ једино ако је

$$-2 = -3x+1,$$

то јест:

$$3x = 2+1,$$

$$3x = 3,$$

$$x = 1.$$

Тражена тачка је $A = A(1, -2)$.

Поступак обавезан - 1 поен

$A(1, -2)$

6. Књига је купљена на сајму књига са попустом од 20% и плаћена је 656 динара. Колика је цена те књиге без попуста?

Место за рад:

Нека је x цена књиге без попуста. Тада важи

$$80 : 656 = 100 : x,$$

одакле је

$$x = \frac{656 \cdot 100}{80},$$

$$x = 820 \text{ динара.}$$

Поступак обавезан
Тачно постављена "формула" - 0,5 поена
Укупно 1 поен

820 динара

7. Марко је висок 1,5m и стоји поред јарбола који је ортогоналан на водоравном плочнику. У једном тренутку, дужине сенки Марка и јарбола су 0,5 m и 6 m. Одредити висину тог јарбола.

Место за рад:

Марко и његова сенка одређују један правоугли троугао са катетама $a = 1{,}5\text{ m}$ и $b = 0{,}5\text{ m}$. На исти начин, јарбол и његова сенка одређују правоугли троугао са катетама $a' = h$ и $b' = 6\text{ m}$, где је h висина тог јарбола.

Одговарајуће странице та два троугла су паралелне, па они имају исте углове. Зато су ти троуглови слични, па су њихове одговарајуће странице пропорционалне. Тиме је:

$$a' : a = b' : b$$
$$h : 1{,}5 = 6 : 0{,}5$$
$$0{,}5 \cdot h = 6 \cdot 1{,}5$$
$$\frac{1}{2} h = 9 / \cdot 2$$
$$h = 18.$$

Поступак обавезан
Тачно постављена пропорција - 0,5 поена
(није потребно објашњење
о сличности троуглова)

Тражена висина јарбола је $h = 18\text{ m}$.

8. Решити систем једначина

$$(x-5)\cdot(x+5)-(1-3y)=x^2+4$$
$$(2x+y)-y\cdot(y+2)=2-y^2.$$

Место за рад:

Применом формуле за разлику квадрата и поједностављивањем једначина, добија се:

$$\begin{aligned}&(x-5)\cdot(x+5)-(1-3y)=x^2+4\\&(2x+y)-y\cdot(y+2)=2-y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&x^2-25-1+3y=x^2+4\\&2x+y-y^2-2y=2-y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&x^2-x^2+3y=4+26\\&2x-y-y^2+y^2=2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&3y=30\\&2x-y=2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&y=10\\&2x-10=2\end{aligned}$$

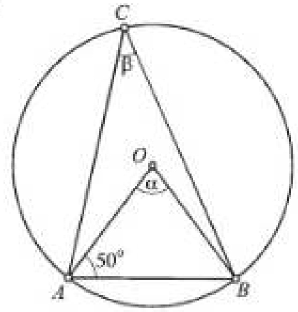
$$\begin{aligned}&y=10\\&2x=12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&y=10\\&x=6\end{aligned}$$

Поступак обавезан
Тачно израчуната једна променљива - 0,5 поена

Решење система је уређени пар (6, 10).

9. Ако су ознаке као на приложеном цртежу и $\angle BAO = 50°$, одредити назначене углове α и β.



Место за рад:

Троугао OAB је једнакокраки, па је и $\measuredangle ABO = 50°$.

При том је збир углова у том троуглу једнак $180°$, па из

$$\alpha + 50° + 50° = 180°$$

следи да је $\alpha = 80°$.

Угао β је периферијски, а угао α централни угао над истим луком AB. Зато је $\alpha = 2\beta$, то јест $2\beta = 80°$. Тражени углови су $\alpha = 80°$ и $\beta = 40°$.

Поступак обавезан
(Уколико ученик упише све углове
на цртежу признати и то као поступак)
Тачно израчунат угао α - 0,5 поена
Тачно израчунат угао β - 0,5 поена

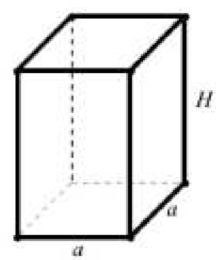
Тражени углови су $\alpha = 80°$ и $\beta = 40°$

10. Површина базе правилне четворостране призме је 49 cm^2, а висина призме је 3 cm. Израчунати површину призме.

Место за рад:

База правилне четворостране призме је квадрат (видети цртеж), па из $B = a^2$ то јест $49 = a^2$, добијамо $a = 7\,\text{cm}$. Како је њена висина $H = 3\,\text{cm}$, тражена површина призме је:

$$P = 2B + M,$$
$$P = 2a^2 + 4 \cdot a \cdot H,$$
$$P = 2 \cdot 49 + 4 \cdot 7 \cdot 3,$$
$$P = 98 + 84,$$
$$P = 182\ \text{cm}^2.$$



Поступак обавезан
Тачно израчуната основна ивица призме - 0,5 поена
Тачно израчунат површина призме - 0,5 поена

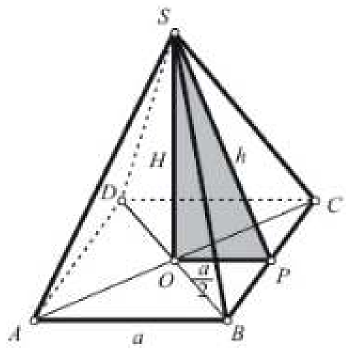
$P = 182\ \text{cm}^2$.

11. Израчунати запремину правилне четворостране пирамиде ако је основна ивица 24 cm, а апотема 20 cm.

Место за рад:

Применом Питагорине теореме на троугао OPS (видети цртеж), добијамо висину H пирамиде:

$$H^2 = h^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2,$$
$$H^2 = 20^2 - 12^2,$$
$$H^2 = 256,$$
$$H = 16 \text{ cm}.$$



Тражена запремина је:

$$V = \frac{B \cdot H}{3},$$
$$V = \frac{a^2 \cdot H}{3},$$
$$V = \frac{576 \cdot 16}{3},$$
$$V = 3072 \text{ cm}^3.$$

Поступак обавезан
Тачно израчуната висина *H* пирамиде - 1 поен
Тачно израчуната запремина пирамиде - 0,5 поена

$V = 3072 \text{ cm}^3.$

12. Гомила песка има облик купе чији је обим основе 8π m, а висина 3 m. Колико кубних метара песка има у тој гомили?

Место за рад:

Обим основе купе је $O = 8\pi$ m, па добијамо

$$8\pi = 2r\pi,$$

то јест

$$r = 4\text{ m}.$$

Тражена запремина је

$$V = \frac{B \cdot H}{3},$$

$$V = \frac{r^2\pi \cdot H}{3},$$

$$V = \frac{4^2\pi \cdot 3}{3},$$

$$V = 16\pi\text{ m}^3.$$

Значи, у тој гомили има $16\pi\text{ m}^3$ песка.

Поступак обавезан

Тачно израчунат полупречник основе купе - 0,5 поена

Тачно израчуната запремина купе - 1 поен

у тој гомили има $16\pi\text{ m}^3$ песка.

13. Мајка има 30 година, а син 6 година. За колико година ће мајка бити четири пута старија од сина?

Место за рад:

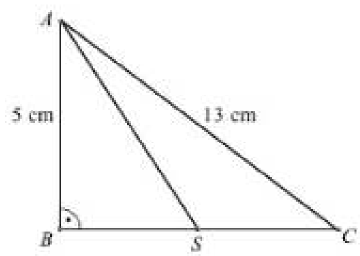
После x година мајка ће имати $30 + x$, а син $6 + x$ година. Према услову задатка важи:

$$30+x = 4\cdot(6+x),$$
$$30+x = 24+4x,$$
$$x-4x = 24-30,$$
$$-3x = -6,$$
$$x=2.$$

Поступак обавезан
Тачно постављена једначина - 0,5 поена
Укупно 1 поен

Мајка ће бити четири пута старија од сина за 2 године.

14. Ако су подаци као на приложеном цртежу, одредити растојање d између тачке A и средишта S дужи BC.



Место за рад:

У правоуглом троуглу ABC важи:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2,$$
$$BC^2 = 169-25,$$
$$BC^2 = 144,$$
$$BC = 12 \text{ cm}.$$

Одавде је $BS = 6\text{cm}$, па се из правоуглог троугла ABS добија:

$$AS^2 = AB^2+BS^2,$$
$$AS^2 = 5^2+6^2,$$
$$AS^2 = 25+36,$$
$$AS^2 = 61,$$
$$d = AS = \sqrt{61} \text{ cm}.$$

Поступак обавезан
Тачно израчуната катета BC - 0,5 поена
Тачно израчунато одстојање $d = AS$ - 0,5 поена

$d = AS = \sqrt{61}$ cm.

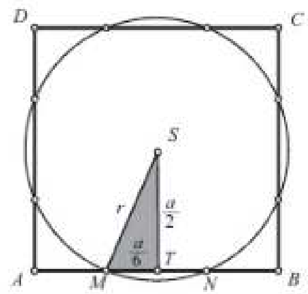
15. Површина датог квадрата $ABCD$ је 144 cm^2. Одредити површину круга k чији је центар средиште S тог квадрата и који његову страницу AB дели на три једнака дела.

Место за рад:

Нека је a страница посматраног квадрата. Како је $a^2 = 144$, то је $a = 12$ cm.

Означимо са M и N тачке у којима круг k сече страницу AB и са T средиште те странице. Тада је

$$ST = \frac{a}{2} \quad \text{и} \quad MT = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} a = \frac{1}{6} a.$$



Троугао MTS је правоугли, па за полупречник r круга k важи:

$$r^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2,$$

$$r^2 = 6^2 + 2^2,$$

$$r^2 = 40.$$

Површина круга k је:

$$P = r^2\pi,$$

$$P = 40\pi \text{ cm}^2.$$

Поступак обавезан
Тачно израчуната страница квадрата - 0,5 поена
Тачно израчунат полупречник круга - 0,5 поена
Тачно израчуната површина круга - 0,5 поена

$P = 40\pi$ cm^2.

16. Дијагонала правилне четворостране призме нагнута је према равни основе под углом од 60°. Ако је дијагонала основе $6\sqrt{2}$ cm, израчунати запремину призме.

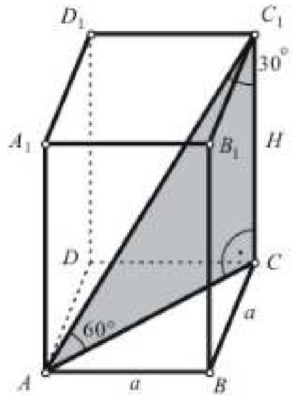
Место за рад:

Троугао ACC_1 је правоугли са једним углом од 60°, а троугао AEC_1 је једнакостранични (видети други цртеж), па је његова страница $AE = 2d$, односно $AE = 12\sqrt{2}$ cm. Висина призме H је висина троугла AEC_1 па ће бити:

$$H = \frac{AE \cdot \sqrt{3}}{2},$$

$$H = \frac{12\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2},$$

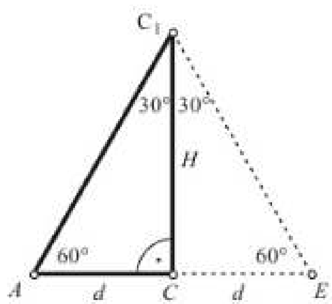
$$H = 6\sqrt{6} \text{ cm}.$$



Како је дијагонала основе $d = a\sqrt{2}$, биће:

$$6\sqrt{2} = a\sqrt{2},$$

$$a = 6 \text{ cm}.$$



Тражена запремина је:

$$V = B \cdot H,$$

$$V = a^2 \cdot H,$$

$$V = 36 \cdot 6\sqrt{6}$$

$$V = 216\sqrt{6} \text{ cm}^3.$$

Поступак обавезан
Тачно израчуната висина *H* призме - 0,5 поена
Тачно израчуната основна ивица *a* призме - 0,5 поена
Тачно израчуната запремина призме - 0,5 поена

$V = 216\sqrt{6} \text{ cm}^3.$

17.

Круг полупречника 12 cm додирује краке датог

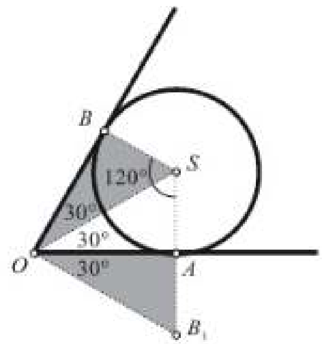
угла од 60°. Одредити површину означена

Место за рад:

Уочимо, прво, да је $\measuredangle ASB = 120^\circ$ (видети цртеж). Наиме, збир углова делтоида $OASB$ је 360°, а углови код темена A и B су прави, па је:

$$\measuredangle ASB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 120^\circ.$$

С друге стране, површина делтоида $OASB$ једнака је површини једнакостраничног троугла OB_1S странице 24 cm. Тражена површина једнака је разлици површина делтоида и кружног исечка са централним углом 120°:



$$P = \frac{24^2\sqrt{3}}{4} - \frac{12^2\pi \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{576\sqrt{3}}{4} - \frac{144\pi}{3} = 144\sqrt{3} - 48\pi = 48\left(3\sqrt{3} - \pi\right)\text{cm}^2.$$

Поступак обавезан
Тачно израчуната површина делтоида - 0,5 поена
Тачно израчуната површина кружног исечка - 0,5 поена
Укупно 2 поена.

$48\left(3\sqrt{3} - \pi\right)\text{cm}^2$

Математика
Тест 2
Кључ за оцењивање

ОПШТЕ УПУТСТВО ЗА ОЦЕЊИВАЊЕ

Кључ за оцењивање дефинише начин на који се оцењује сваки поједини задатак. У општим упутствима за оцењивање дефинисане су оне ситуације које могу да се јаве у одговорима на различита питања, а која је важно да сви оцењивачи реше на јединствен начин.

1. Задатак са исправним поступком и тачним резултатом (одговором) добија максимални број поена без обзира да ли је рађен на други начин од оног који предвиђа кључ.
2. Бодови се не одбијају ако тачан резултат (решење, одговор) није уписан у кућицу предвиђену за резултате.
3. Задатак у коме се појављује мерна јединица добија максималан број поена чак иако та јединица није написана.
4. Максималан број поена добија се за тачно урађен задатак у чијем решењу постоји слика (или цртеж) иако та слика (цртеж) није урађена, осим ако се то изричито тражи.
5. Бодови се не одбијају ако је цртеж у задатку тачно урађен графитном оловком.
6. Прегледач уписује бодове у предвиђену кућицу поред задатка. За погрешно урађен задатак у кућицу уписати нулу, а за неурађен задатак уписати црту.
7. Уколико је ученик написао тачан резултат (решење) а није урадио поступак у задацима у којима је поступак потребан, добија нула поена.
8. Уколико је ученик уочио грешку и прецртао део поступка и након тога урадио тачно задатак, добија максималан број поена предвиђених за тај задатак.
9. Број π се мора уписивати и током израде задатка и у одговору ако је то у тексту назначено.