

181. A) Једна катета правоуглог троугла је 5 cm, а његова хипотенуза $c = 13$ cm. Одредити његову другу катету.

A)

$$a = 5\text{cm}$$

$$c = 13\text{cm}$$

$$b = ?$$

Naravno, primenjujemo Pitagorinu teoremu:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + b^2 = 13^2$$

$$25 + b^2 = 169$$

$$b^2 = 169 - 25$$

$$b^2 = 144$$

$$b = \sqrt{144}$$

$$b = 12\text{cm}$$

B)

$$a = 9\text{cm}$$

$$b = 12\text{cm}$$

$$c = ?$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$9^2 + 12^2 = c^2$$

$$81 + 144 = c^2$$

$$c^2 = 225$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = 15\text{cm}$$

182. Површина правоуглог троугла је 24 cm^2 , а једна од његових катета $a = 8$ cm. Одредити:

- 1) другу катету тог троугла,
- 2) обим тог троугла.

$$P = 24\text{cm}^2$$

$$a = 8\text{cm}$$

$$1) b = ?$$

$$2) O = ?$$

Primenićemo formulu za površinu pravouglog trougla i iz nje naći katetu b.

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$24 = \frac{8 \cdot b}{2} \quad \text{skratimo 8 i 2 sa 2}$$

$$24 = 4b$$

$$b = \frac{24}{4}$$

$$b = 6 \text{ cm}$$

Sada ćemo pomoću Pitagorine teoreme naći hipotenuzu c a zatim i obim $O = a + b + c$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$8^2 + 6^2 = c^2$$

$$64 + 36 = c^2$$

$$c^2 = 100$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

$$O = a + b + c$$

$$O = 8 + 6 + 10$$

$$O = 24 \text{ cm}$$

183. Катете правоуглог троугла су $a = 9 \text{ cm}$ и $b = 12 \text{ cm}$. Одредити његову површину P и висину h која одговара хипотенузи.

$$a = 9 \text{ cm}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

$$h_c = ?$$

Krećemo od obrasca za površinu trougla:

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$P = \frac{9 \cdot 12}{2}$$

$$P = 9 \cdot 6$$

$$P = 54 \text{ cm}^2$$

Primenimo Pitagorinu teoremu:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$9^2 + 12^2 = c^2$$

$$81 + 144 = c^2$$

$$c^2 = 225$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = 15\text{cm}$$

Dalje tražimo hipotenuzinu visinu (pogledaj teorijske napomene i podseti se formule)

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$h_c = \frac{9 \cdot 12}{15} \quad \text{skratimo 12 i 15 sa 3}$$

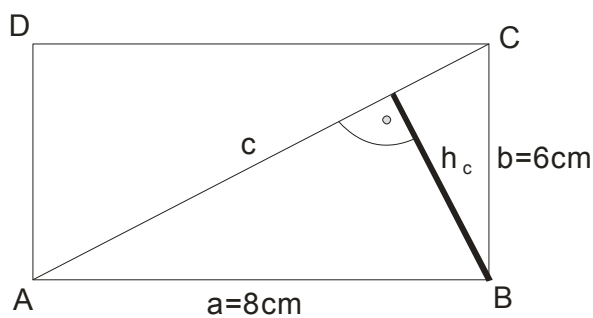
$$h_c = \frac{9 \cdot 4}{5}$$

$$h_c = \frac{36}{5} \text{ cm}$$

$$h_c = 7,2\text{cm}$$

184. Странице правоугаоника $ABCD$ су 8 cm и 6 cm. Одредити растојање тачке B од праве која садржи тачке A и C .

Naravno najpre moramo nacrtati sliku i uočiti šta je to što se od nas traži:



Vidimo da je traženo rastojanje ustvari hipotenuzina visina trougla ABC.

Dakle, prvo ćemo naći dužinu c , a zatim i to traženo rastojanje.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$8^2 + 6^2 = c^2$$

$$64 + 36 = c^2$$

$$c^2 = 100$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10\text{cm}$$

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

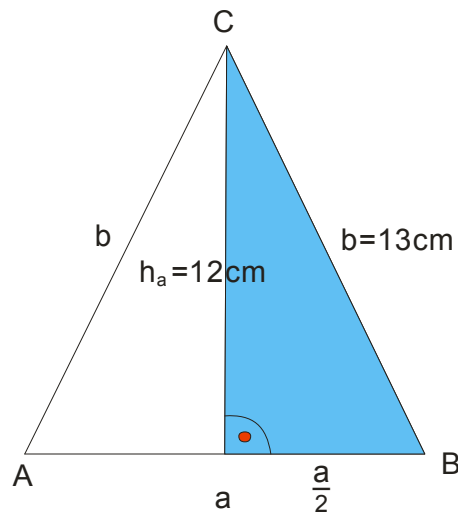
$$h_c = \frac{8 \cdot 6}{10}$$

$$h_c = \frac{48}{10}$$

$$h_c = 4,8\text{cm}$$

185. Висина која одговара основици једнакокраког троугла је $h = 12$ cm, а његов крак $b = 13$ cm. Одредити:

- 1) основицу тог троугла,
- 2) висину која одговара краку тог троугла.



1) Osnovicu ćemo naći primenom Pitagorine teoreme na plavi trougao(pogledaj teorijske napomene)

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_a^2 = b^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 12^2 = 13^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 144 = 169$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 169 - 144$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 25$$

$$\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{25}$$

$$\frac{a}{2} = 5$$

$$a = 5 \cdot 2$$

$$a = 10 \text{ cm}$$

2) Visinu koja odgovara kraku b ćemo naći kombinujući formule za površinu!

Kao što znamo, površina se može izračunati preko dve formule:

$$P = \frac{a \cdot h_a}{2} \quad \text{ili} \quad P = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

Ako uporedimo ove dve formule:

$$\frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} \quad \text{skratimo dvojke}$$

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b \quad \text{odavde izrazimo } h_b$$

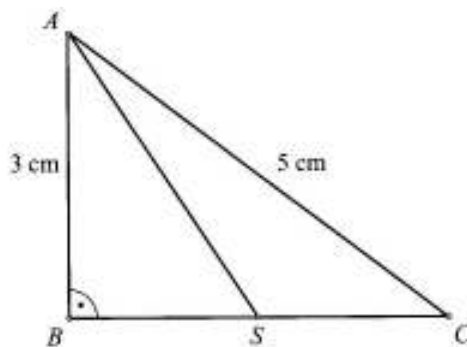
$$h_b = \frac{a \cdot h_a}{b}$$

$$h_b = \frac{10 \cdot 12}{13}$$

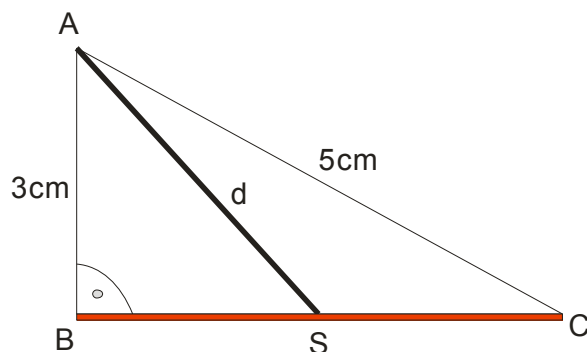
$$h_b = \frac{120}{13} \text{ cm}$$

2) висину која odgovara краку тог троугла.

186. Ако су подаци као на приложеном цртежу, одредити растојање d између тачака A и средишта S дужи BC .



Najpre ćemo naći dužinu duži BC, primenjujući Pitagorinu teoremu na trougao ABC.



$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = 5^2 - 3^2$$

$$BC^2 = 25 - 9$$

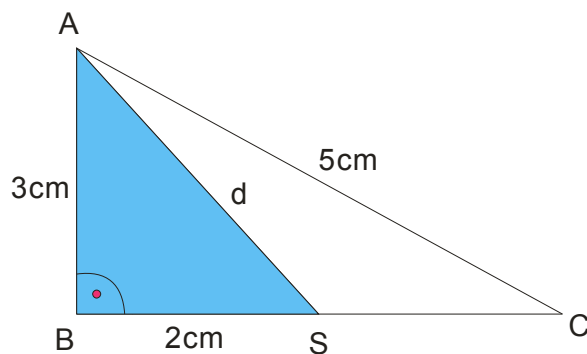
$$BC^2 = 16$$

$$BC = \sqrt{16}$$

$$BC = 4\text{cm}$$

Kako je S sredina stranice BC, to znači da je dužina $BS = 2\text{cm}$.

Dalje primenjujemo Pitagorinu teoremu na trougao ABS



$$d^2 = AB^2 + SB^2$$

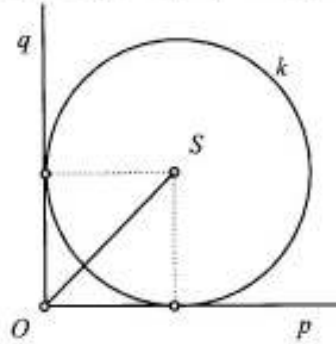
$$d^2 = 3^2 + 2^2$$

$$d^2 = 9 + 4$$

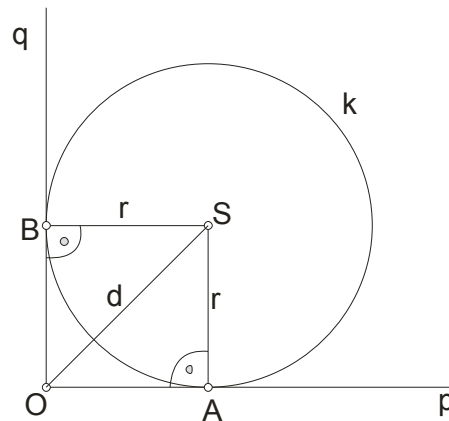
$$d^2 = 13$$

$$d = \sqrt{13} \text{ cm}$$

187. Круг k са центром у тачки S додирује краке p и q правог угла pOq . Ако је $OS = 4 \text{ cm}$, одредити полупречник тог круга k .



Obeležimo na slici tačke A i B.



Kako su p i q tangente datog kruga, znamo da su one normalne na poluprečnik.

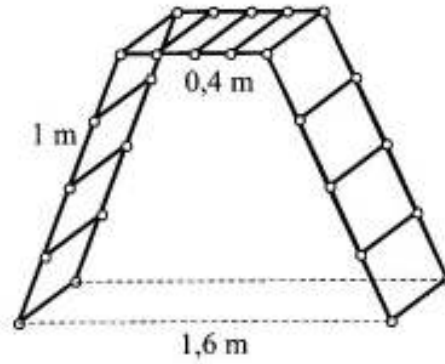
To nam govori da je četvorougao OASB kvadrat, stranice r i dijagonale $d = OS = 4 \text{ cm}$.

$$a_{\square} = \frac{d_{\square} \sqrt{2}}{2} \quad \text{primenimo kod našeg zadatka:}$$

$$r = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

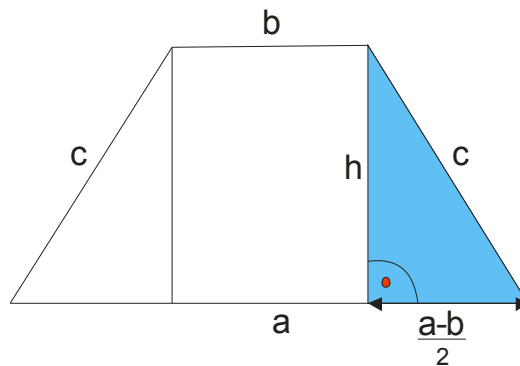
$$r = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

188. Стојећи на поду, Милан може да досегне висину од највише 2 m. Коју највећу висину Милан може досегнути ако се попне на лествице чије су димензије као на цртежу?



Najpre uočimo da su lestvice u obliku jednakokrakog trapeza.

Moramo izračunati visinu tog trapeza.



$$a = 1,6 \text{ m}$$

$$b = 0,4 \text{ m}$$

$$c = 1 \text{ m}$$

$$h = ?$$

$$h^2 = c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 1^2 - \left(\frac{1,6-0,4}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 1 - \left(\frac{1,2}{2}\right)^2$$

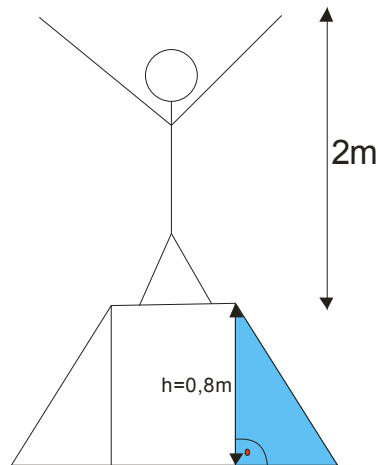
$$h^2 = 1 - (0,6)^2$$

$$h^2 = 1 - 0,36$$

$$h^2 = 0,64$$

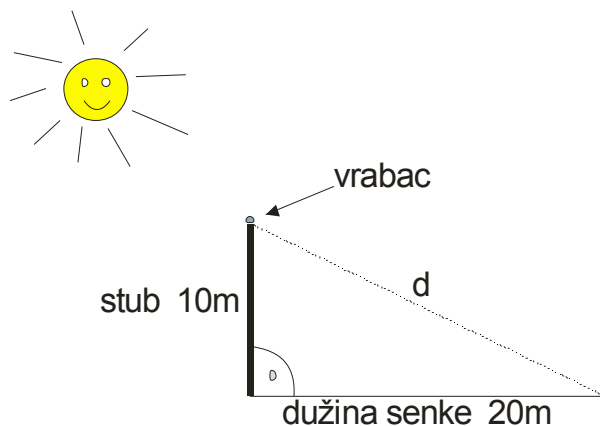
$$h = \sqrt{0,64}$$

$$h = 0,8 \text{ m}$$



Najveća visina koju Milan može dosegnuti je $0,8 + 2 = 2,8$ metra

189. Врабац стоји на врху стуба високог 10 m. У једном тренутку, сенка тог стуба на водоравном плочнику је 20 m. Колико је, у том тренутку, врабац удаљен од своје сенке?



Sa slike uočavamo da je na ovaj način oformljen pravougli trougao, a traženo rastojanje je hipotenuza ovog trougla!

$$d^2 = 10^2 + 20^2$$

$$d^2 = 100 + 400$$

$$d^2 = 500$$

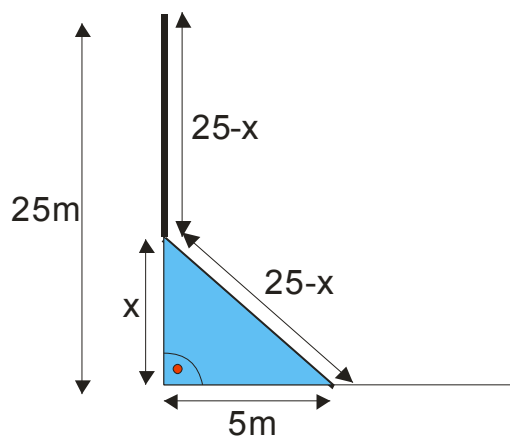
$$d = \sqrt{500}$$

$$d = \sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5}$$

$$d = 10\sqrt{5}m$$

190. Стабло дрвета високо 25 m преломљено је и врхом додирује земљу на удаљености 5 m од подножја. На којој висини је стабло преломљено?

Pogledajmo najpre sliku:



Obeležimo sa x visinu na kojoj je stablo polomljeno. Pošto je celo stablo visoko 25 metara, onaj gornji deo, koji je pao ka zemlji je $25 - x$ metara. Na taj način je nastao pravougli trougao, na kome ćemo primeniti Pitagorinu teoremu!

$$x^2 + 5^2 = (25 - x)^2 \text{ pazi, na desnoj strani je kvadrat binoma!}$$

$$x^2 + 25 = 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot x + x^2$$

$$x^2 + 25 = 625 - 50 \cdot x + x^2$$

$$x^2 + 50x - x^2 = 625 - 25$$

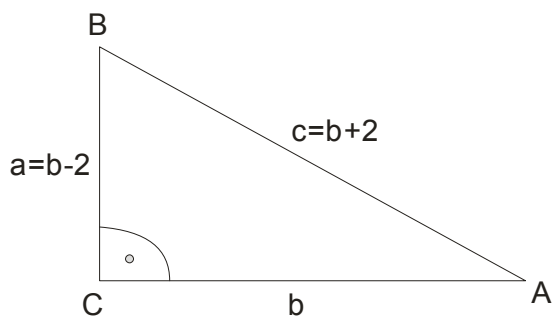
$$50x = 600$$

$$x = \frac{600}{50}$$

$$x = 12m$$

Dakle, stablo je polomljeno na 12 metara od zemlje.

191. Једна катета правоуглог троугла је за 2 cm дужа од друге катете и за 2 cm краћа од хипотенузе. Одредити дужину те катете и обим тог троугла.



Primenjujemo Pitagorinu teoremu:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(b-2)^2 + b^2 = (b+2)^2$$

$$b^2 - 2 \cdot b \cdot 2 + 2^2 + b^2 = b^2 + 2 \cdot b \cdot 2 + 2^2$$

$$b^2 - 4 \cdot b + 4 + b^2 = b^2 + 4 \cdot b + 4 \quad \text{nepoznate prebacimo na levu a poznate na desnu stranu}$$

$$b^2 - 4 \cdot b + b^2 - b^2 - 4 \cdot b = 4 - 4$$

$$b^2 - 8 \cdot b = 0$$

$$b(b-8) = 0 \rightarrow b = 0 \text{ ili } b-8=0 \rightarrow b=8\text{cm}$$

$$a = b - 2 \rightarrow a = 8 - 2 \rightarrow a = 6\text{cm}$$

$$c = b + 2 \rightarrow c = 8 + 2 \rightarrow c = 10\text{cm}$$

Dalje da nađemo obim:

$$O = a + b + c$$

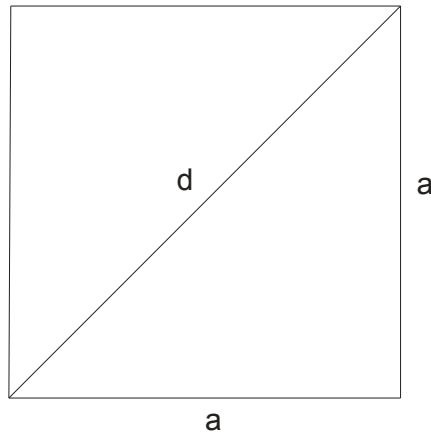
$$O = 6 + 8 + 10$$

$$O = 24\text{cm}$$

192. Odrediti dijagonalu kvadrata čiji je obim $48\sqrt{2}$ cm.

$$O = 48\sqrt{2}\text{cm}$$

$$d = ?$$



Iz obima ćemo naći dužinu stranice a.

$$O = 4a$$

$$48\sqrt{2} = 4a$$

$$a = \frac{48\sqrt{2}}{4}$$

$$a = 12\sqrt{2}\text{cm}$$

Dalje koristimo formulu za dijagonalu:

$$d = a\sqrt{2}$$

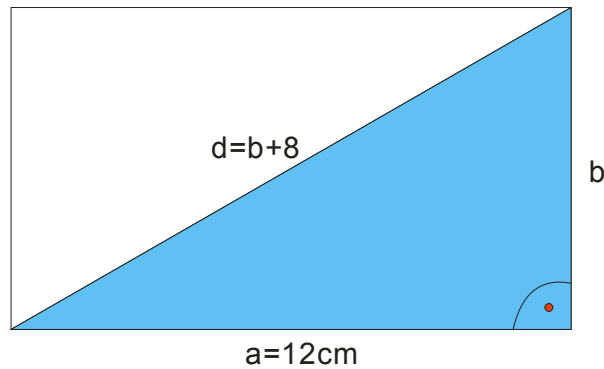
$$d = 12\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 12\sqrt{2}^2$$

$$d = 12 \cdot 2$$

$$d = 24\text{cm}$$

193. Једна страница правоугаоника је 12 cm, а његова дијагонала је за 8 cm дужа од друге странице. Одредити површину тог правоугаоника.



Naravno, primenjujemo Pitagorinu teoremu na “plavi” trougao.

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$(b+8)^2 = 12^2 + b^2$$

$$b^2 + 2 \cdot b \cdot 8 + 8^2 = 144 + b^2$$

$$b^2 + 16b + 64 = 144 + b^2$$

$$b^2 + 16b - b^2 = 144 - 64$$

$$16b = 80$$

$$b = \frac{80}{16}$$

$$b = 5\text{cm}$$

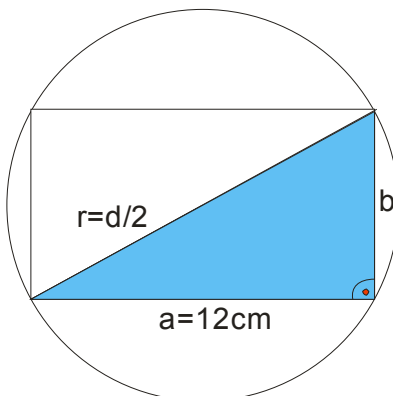
Sada nije teško naći površinu:

$$P = a \cdot b$$

$$P = 12 \cdot 5$$

$$P = 60\text{cm}^2$$

194. Правоугаоник је уписан у круг полупречника 15 cm и једна његова страница је 24 cm. Одредити обим тог правоугаоника.



Kako se centar opisane kružnice kod pravougaonika nalazi u preseku dijagonala, to možemo zaključiti da je poluprečnik jednak polovini dijagonale odnosno da je:

$$d = 2r, \text{ to jest } d = 30\text{cm}$$

Dalje ćemo primenom Pitagorine teoreme naći nepoznatu stranicu b .

$$a^2 + b^2 = d^2$$

$$24^2 + b^2 = 30^2$$

$$576 + b^2 = 900$$

$$b^2 = 900 - 576$$

$$b^2 = 324$$

$$b = \sqrt{324}$$

$$b = 18\text{cm}$$

$$O = 2a + 2b$$

$$O = 2(a + b)$$

Obim pravougaonika je: $O = 2(24 + 18)$

$$O = 2 \cdot 42$$

$$O = 84\text{cm}$$

195. Обим ромба је 100 cm, а једна његова дијагонала 40 cm. Одредити његову:

- 1) страну и другу дијагоналу;
- 2) површину;
- 3) висину.

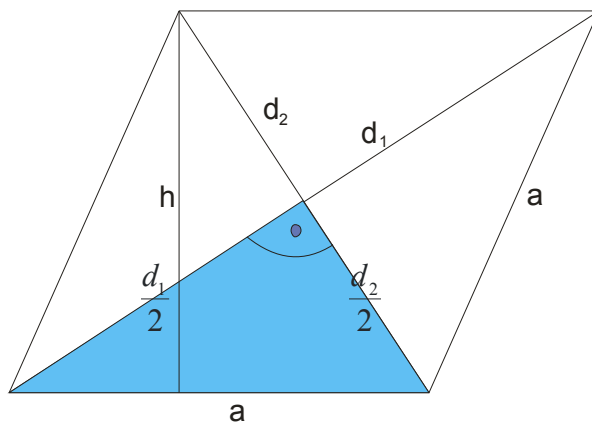
$$O = 100 \text{ cm}$$

$$d_1 = 40 \text{ cm}$$

$$1) \quad a = ? \quad d_2 = ?$$

$$2) \quad P = ?$$

$$3) \quad h = ?$$



Iz obima ćemo naći dužinu ivice a .

$$O = 4a$$

$$100 = 4a$$

$$a = \frac{100}{4}$$

$$a = 25 \text{ cm}$$

Primenom Pitagorine teoreme na plavi trougao, Naći ćemo drugu dijagonalu.

$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

$$25^2 = \left(\frac{40}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

$$625 = 20^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

$$625 = 400 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 625 - 400$$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 225$$

$$\frac{d_2}{2} = \sqrt{225}$$

$$\frac{d_2}{2} = 15$$

$$d_2 = 15 \cdot 2$$

$$d_2 = 30\text{cm}$$

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Dalje računamo površinu: $P = \frac{40 \cdot 30}{2}$

$$P = 600\text{cm}^2$$

Da bi našli dužinu visine h , moramo upotrebiti i drugu formulu za površinu:

$$P = a \cdot h$$

$$600 = 25 \cdot h$$

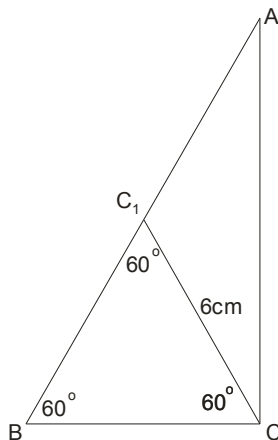
$$h = \frac{600}{25}$$

$$h = 24\text{cm}$$

196. Дужина тежишне дужи CC_1 троугла ABC је 6 cm. Ако је троугао CC_1B једнако-
странични, одредити:

- А) углове троугла ABC ;
- Б) дужине страница троугла ABC .

Nacrtajmo najpre sliku:



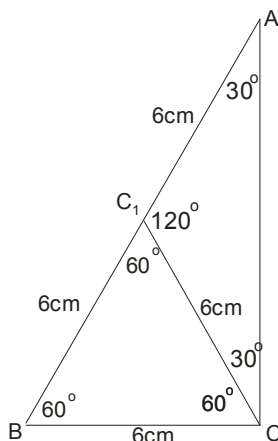
Kako je trougao CC_1B jednakokraničan, njegovi uglovi su po 60 stepeni. Kako su mu i sve stranice jednake, to je $CC_1 = CB = BC_1 = 6\text{cm}$

Kako je CC_1 težišna duž, ona deli stranicu AB na dva jednaka dela, pa je i $C_1A = 6\text{cm}$.

Dalje zaključujemo da je trougao CC_1A jednakokraki.

Kako je $\angle CC_1A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ a CC_1A je jednakokraki to će dva ostala ugla biti:
 $\angle C_1CA = \angle CAC_1 = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

Pogledajmo na slici šta smo do sada izmogli:



Dakle, uglovi trougla ABC su 30, 60 i 90 stepeni.

Što se tiče stranica, ošigledno je $BC = 6\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$ a AC ćemo dobiti primenom Pitagorine teoreme:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$AC^2 = 12^2 - 6^2$$

$$AC^2 = 144 - 36$$

$$AC^2 = 108$$

$$AC = \sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{3}$$

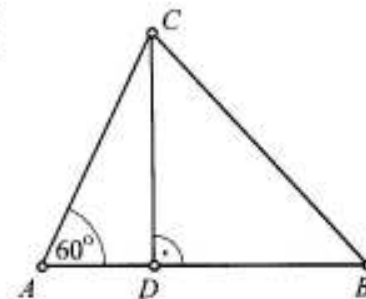
$$AC = 6\sqrt{3}\text{CM}$$

197. Dat je trougao ABC u коме je $AC = 8\text{ cm}$, $BC = 13\text{ cm}$ i $\angle CAB = 60^\circ$. Ako je CD visina trougla, odrediti dužine duži:

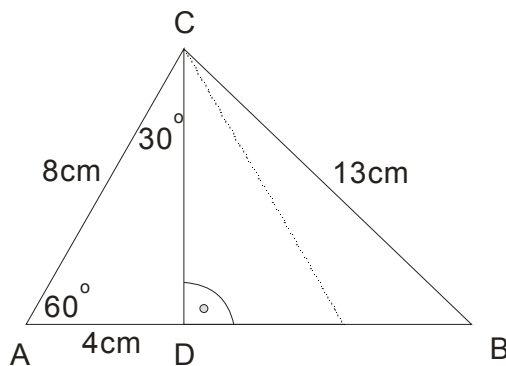
A) AD ;

B) CD ;

B) BD .



Proučimo najpre sliku:



Kako je $\angle CAB = 60^\circ$ a CD visina, to nam govori da je $\angle ACD = 30^\circ$, odnosno da je trougao ACD polovina jednakostraničnog trougla stranice 8 cm. Onda je $AD = 4\text{cm}$.

CD je visina tog trougla čija je stranica 8cm.

$$h_{\Delta} = \frac{a_{\Delta} \sqrt{3}}{2}$$

$$CD = \frac{8\sqrt{3}}{2}$$

$$CD = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

DB ćemo naći pomoću Pitagorine teoreme:

$$DB^2 = CB^2 - CD^2$$

$$DB^2 = 13^2 - (4\sqrt{3})^2$$

$$DB^2 = 169 - 16 \cdot 3$$

$$DB^2 = 169 - 48$$

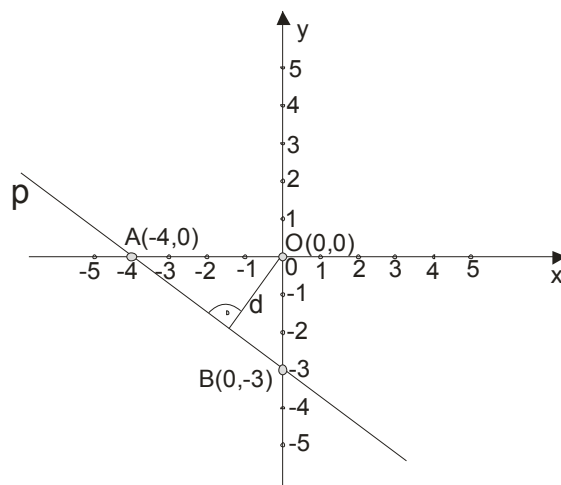
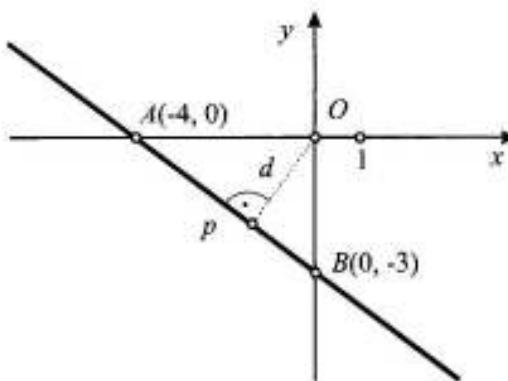
$$DB^2 = 121$$

$$DB = \sqrt{121}$$

$$DB = 11 \text{ cm}$$

198. У координатном систему xOy , права p сече осу Ox у тачки A , а осу Oy у тачки B . Ако су подаци као на цртежу, одредити:

- 1) хипотенузу и површину троугла OAB ;
- 2) растојање d тачке O од праве p .



Očigledno je trougao ABO pravougli sa katetama $AO=4$ i $BO=3$ (pazi, ovde nema jedinica mere, pa ne pišemo cm, m ...)

$$AB^2 = OB^2 + OC^2$$

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AB^2 = 9 + 16$$

$$AB^2 = 25$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$

Traženo rastojanje d je visina ovog pravouglog trougla:

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$d = \frac{3 \cdot 4}{5}$$

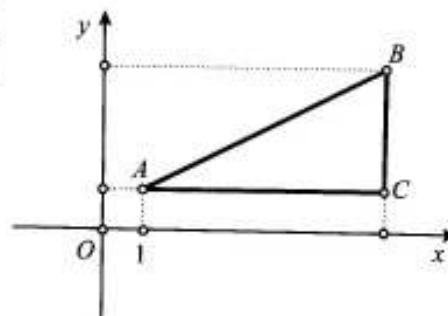
$$d = \frac{12}{5}$$

$$d = 2,4$$

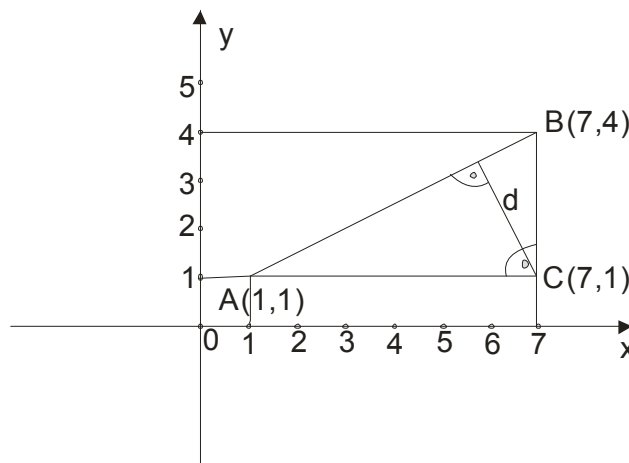
199. Два темена правоуглог троугла ABC у координатном систему xOy су тачке $A(1, 1)$ и $B(7, 4)$. Ако је његова катета AC паралелна оси Ox , одредити:

А) растојање између тачака A и B ,

Б) растојање тачке C од праве AB .



Najpre dobro pročitamo zadatak i dopunimo sliku:



А)

Očigledno je: $AC = 7 - 1 = 6$ i $BC = 4 - 1 = 3$

AB ćemo naći primenom Pitagorine teoreme:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$AB^2 = 3^2 + 6^2$$

$$AB^2 = 9 + 36$$

$$AB^2 = 45$$

$$AB = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$AB = 3\sqrt{5}$$

B)

Traženo rastojanje je visina ovog trougla, dakle:

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$d = \frac{3 \cdot 6}{3\sqrt{5}}$$

$$d = \frac{6}{\sqrt{5}} \text{ moramo izvršiti racionalizaciju}$$

$$d = \frac{6}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$d = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2}$$

$$d = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$