

Algebarski izrazi

38. Наћи збир и разлику полинома $P = x^6 - 2x^5 + x^4 - x$ и $Q = x^4 - x^3 + x + 2$.

$$\begin{aligned} P + Q &= (x^6 - 2x^5 + x^4 - x) + (x^4 - x^3 + x + 2) \\ &= x^6 - 2x^5 + x^4 - \cancel{x} + x^4 - x^3 + \cancel{x} + 2 \\ &= x^6 - 2x^5 + 2x^4 - x^3 + 2 \text{ tražimo slične monome!!!} \end{aligned}$$

Savet: STALNO PIŠI ZAGRADE (-)

$$\begin{aligned} P + Q &= (x^6 - 2x^5 + x^4 - x) - (x^4 - x^3 + x + 2) \\ &= x^6 - 2x^5 + \cancel{x^4} - x - \cancel{x^4} + x^3 - x - 2 \\ &= x^6 - 2x^5 + x^3 + 2x - 2 \end{aligned}$$

39. Одредити полином P ако важи $(7x^2 - 2x + 3) + P = 3x^2 + 11x - 7$.

$$(7x^2 - 2x + 3) + P = 3x^2 + 11x - 7$$

Ovde polinom P posmatramo kao nepoznati sabirak. Dakle, od zbira oduzmemo poznati sabirak:

$$P = (3x^2 + 11x - 7) - (7x^2 - 2x + 3)$$

$$P = 3x^2 + 11x - 7 - 7x^2 + 2x - 3$$

$$P = -4x^2 + 13x - 10$$

40. Упростити израз $(-2p)^2 - 4(p-2) \cdot (p+2)$.

$$(-2p)^2 - 4 \underbrace{(p-2) \cdot (p+2)}_{\text{razlika kvadrata}} =$$

$$4p^2 - 4(p^2 - 4) =$$

$$4p^2 - 4p^2 + 16 = 16$$

41. Израчунати вредност израза $\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} - 2a + b$ за $a = 3\frac{1}{11}$ и $b = 9\frac{1}{11}$.

$$a = 3\frac{1}{11} = \frac{34}{11} \quad b = 9\frac{1}{11} = \frac{100}{11}$$

$$\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} - 2a + b = \text{najpre dodaj 1 u imeniocu, gde nema razlomaka} =$$

$$\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} - \frac{2a}{1} + \frac{b}{1} = \text{zajednički je očigledno } 2 =$$

$$\frac{1 \cdot (a+b) - 1 \cdot (a-b) - 2 \cdot 2a + 2 \cdot b}{2} = \frac{a+b - a + b - 4a + 2b}{2} = \frac{4b - 4a}{2} = \frac{4(b-a)}{2} = 2(b-a) \rightarrow \text{tek sad menjamo}$$

vrednost za a i b

$$2(b-a) = 2 \left(\frac{100}{11} - \frac{34}{11} \right) = 2 \cdot \frac{66}{11} = 2 \cdot 6 = 12$$

42. Наћи производ полинома $P = 2a^2 - 3a$ и $Q = 3a^2 - 2a$.

$$P \cdot Q = (2a^2 - 3a) \cdot (3a^2 - 2a)$$

PAZI: Množemo 'svaki sa svakim'

$$(2a^2 - 3a) \cdot (3a^2 - 2a)$$

$$= 6a^4 - 4a^3 - 9a^3 + 6a^2$$

$$= 6a^4 - 13a^3 + 6a^2$$

43. За колико је $(x - 2) \cdot (x - 5)$ веће од $(x - 1) \cdot (x - 6)$?

Najpre postavimo zadatak:

$$(x - 2) \cdot (x - 5) - (x - 1)(x - 6) =$$

$$(x^2 - 5x - 2x + 10) - (x^2 - 6x - 1x + 6) =$$

$$x^2 - 5x - 2x + 10 - x^2 + 6x + 1x - 6 = 4$$

44. Проверити тачност једнакости:

A) $(x^2 - x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) = x^4 + x^2 + 1$;

Б) $(x^2 + x + 1) \cdot x - (x^2 - x + 1) \cdot x = 2x$.

A) pomnožimo levu stranu jednakosti, pa ako dobijemo desnu tačno je, ako ne dobijemo nije.

$$(x^2 - x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) = \text{'svaki sa svakim'}$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + x^2 + x + 1 =$$

$$= x^4 + x^2 + 1 \rightarrow \text{Тачно}$$

Б) $(x^2 + x + 1) \cdot x - (x^2 - x + 1) \cdot x =$ Da bi vam bilo lakše, prebacite x ispred zagrade. (zakon komutacije $A \cdot B = B \cdot A$)

$$x \cdot (x^2 + x + 1) - x \cdot (x^2 - x + 1) =$$

$$x^3 + x^2 + x - x^3 + x^2 - x = 2x^2$$

Ovo očigledno **nije tačno**

45. Збир полинома $A = 3x^3 - 2x^2 - x + 1$ и $B = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ умањити за њихову разлику.

Ovde je pametnije da najpre postavite zadatak i to malo 'sredite'.

$$\underbrace{(A + B)} - \underbrace{(A - B)} = A + B - A + B = 2B$$

Zbir Njihova

Polinoma Razlika

$$= 2 \cdot (x^3 - 3x^2 + 5x - 4)$$

46. Помножити изразе:

A) $(2x^3 - xy + y^2) \cdot (-3xy)$;

Б) $(x^3 - \frac{1}{2}y^2 + xy) \cdot (-2x)$.

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad & (2x^3 - xy + y^2) \cdot (-3xy) = \\ & = -6x^4y + 3x^2y^2 - 3xy^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad & \left(x^3 - \frac{1}{2}y^2 + xy\right) \cdot (-2x) = \\ & = -2x^4 + xy^2 - 2x^2y \end{aligned}$$

PAZI:

$$\begin{aligned} -2x \cdot \left(-\frac{1}{2}y^2\right) &= \left[-i - \text{daju} +, 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \right] = xy^2 \\ -2x \cdot xy &= -2x^2y \end{aligned}$$

47. Упростити израз $(3x - 2x^2) \cdot (4 - x) - (4 + 2x) \cdot (x^2 - 1)$.

$$\begin{aligned} & (3x - 2x^2) \cdot (4 - x) - (4 + 2x) \cdot (x^2 - 1) = \\ & (12x - 3x^2 - 8x^2 + 2x^3) - (4x^2 - 4 + 2x^3 - 2x) = \\ & \underline{12x} - \underline{3x^2} - \underline{8x^2} + \underline{2x^3} - \underline{4x^2} + \underline{4} - \underline{2x^3} + \underline{2x} = \\ & = 15x^2 + 14x + 4 \end{aligned}$$

48. Наведене изразе заменити њима једнаким изразима без заграда:

A) $(4 - x)^2$;

B) $(3 - x) \cdot (2 + x)$.

A) $(4 - x)^2 = (\text{kvadrat binoma} - \text{pogledaj formulu})$
 $= 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + x^2 = 16 - 8x + x^2$

B) $(3 - x) \cdot (2 + x) = 6 + 3x - 2x - x^2 = -x^2 + 1x + 6$

49. Израчунати вредност израза $(2a - 3b)^2 + 12ab$ за $a = \sqrt{2}$ и $b = \sqrt{3}$.

I ovde je pametnije prvo 'srediti' dati izraz pa tek onda zameniti vrednost za a i b .

$$\begin{aligned} & (2a - 3b)^2 + 12ab = \\ & (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 + 12ab = \\ & 4a^2 - 12ab + 9b^2 + 12ab = \\ & 4a^2 + 9b^2 = 4 \cdot (\sqrt{2})^2 + 9 \cdot (\sqrt{3})^2 \\ & = 4 \cdot 2 + 9 \cdot 3 \\ & = 8 + 27 = 35 \end{aligned}$$

50. Дати су биноми $A = 2x - 1$, $B = x - 2$ и $C = 2x + 1$. Израчунати $A \cdot C - B^2$.

$$A \cdot C - B^2 = \underbrace{(2x - 1) \cdot (2x + 1)} - \underbrace{(x - 2)^2}$$

Razlika kvadrata Kvadrat binoma

$$\begin{aligned}
&= (2x)^2 - 1^2 - (x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2) \\
&= 4x^2 - 1 - (x^2 - 4x + 4) \\
&= 4x^2 - 1 - x^2 + 4x - 4 \\
&= 3x^2 + 4x - 5
\end{aligned}$$

52. Од полинома $4x^2 - 6x + 3$ одузети квадрат бинорма $-2x - 3$ и упростити добијени израз.

$$(4x^2 - 6x + 3) - (-2x - 3)^2 =$$

Da vas podsetimo jedne stvari:

$$(A + B)^2 = (-A - B)^2$$

$$(A - B)^2 = (B - A)^2$$

Lakše nam je da umesto $(-2x - 3)^2$ posmatramo $(2x + 3)^2$. Dakle:

$$\begin{aligned}
&(4x^2 - 6x + 3) - (-2x - 3)^2 = \\
&4x^2 - 6x + 3 - ((2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2) = \\
&4x^2 - 6x + 3 - (4x^2 + 12x + 9) = \\
&4x^2 - 6x + 3 - 4x^2 - 12x - 9 = \\
&= -18x - 6
\end{aligned}$$

53. Израчунати вредност израза:

А) $0,35^2 + 2 \cdot 0,35 \cdot 0,65 + 0,65^2$;

Б) $25 \cdot 0,2^2 - 10 \cdot 0,2 + 1$.

$$\begin{aligned}
\text{А) } &\underbrace{0,35^2}_{I^2} + \underbrace{2 \cdot 0,35 \cdot 0,65}_{2 \cdot I \cdot II} + \underbrace{0,65^2}_{II^2} = \\
&= (0,35 + 0,65)^2 = 1^2 = 1
\end{aligned}$$

$$\text{Б) } 25 \cdot 0,2^2 - 10 \cdot 0,2 + 1 =$$

$$25 \cdot 0,04 - 10 \cdot \frac{2}{10} + 1 =$$

$$1 - 2 + 1 = 0$$

A mogli smo i ovako:

$$25 \cdot 0,2^2 - 10 \cdot 0,2 + 1 =$$

$$5^2 \cdot 0,2^2 - 2 \cdot 5 \cdot 0,2 + 1 = (\text{kvadrat binoma})$$

$$(5 \cdot 0,2 - 1)^2 = (1 - 1)^2 = 0$$

54. Израчунати вредност израза:

А) $(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$;

Б) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

$$\begin{aligned} \text{А) } (\sqrt{8} - \sqrt{2})^2 &= \sqrt{8}^2 - 2 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 \\ &= 8 - 2\sqrt{16} + 2 \\ &= 10 - 2 \cdot 4 = 10 - 8 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Б) } (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) &= (\text{razlika kvadrata}) \\ &= (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 3^2 \cdot \sqrt{2}^2 - 2^2 \cdot \sqrt{3}^2 \\ &= 9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 \\ &= 18 - 12 = 6 \end{aligned}$$

55. Помножити полиноме $x - 1$ и $x^2 + x + 1$.

$$\begin{aligned} (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1) &= (\text{svaki sa svakim}) \\ &= x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 \\ &= x^3 - 1 \end{aligned}$$

56. Упростити израз

$$(a + b) \cdot (x + y) + (a - b) \cdot (x - y) - (ax + by).$$

$$\begin{aligned} (a + b) \cdot (x + y) + (a - b) \cdot (x - y) - (ax + by) &= \\ &= ax + ay + bx + by + ax - ay - bx + by - ax - by \\ &= ax + by \end{aligned}$$

57. Раставити на чиниоце изразе:

А) $9a^2 - 16$;

Б) $4xy - 16x^2y$.

$$\begin{aligned} \text{А) } 9a^2 - 16 &= \text{upotrebićemo razliku kvadrata} \\ &= (3a)^2 - 4^2 = (3a - 4)(3a + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Б) } 4xy - 16x^2y &= \text{zajednički ispred zagrade} \\ &= \underline{4} \underline{x} \underline{y} - \underline{4} \cdot \underline{4} \cdot \underline{x} \cdot \underline{x} \cdot \underline{y} \\ &= 4xy(1 - 4x) \end{aligned}$$

58. Израз $x^2 + 10x + 25$ написати као квадрат бинома и наћи његову вредност за $x = 995$.

$$\begin{aligned} \underset{\uparrow}{x^2} + 10x + \underset{\uparrow}{25} &= (x + 5)^2 = (995 + 5)^2 \\ &= 1000^2 \\ &= 1000000 \end{aligned}$$

59. A) Користећи формулу за квадрат бинома, израчунати 105^2 .
 Б) Користећи формулу за разлику квадрата, израчунати $95 \cdot 105$.

A)

$$\begin{aligned} 105^2 &= (100 + 5)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 5 + 5^2 \\ &= 10000 + 1000 + 25 \\ &= 11025 \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} 95 \cdot 105 &= (100 - 5) \cdot (100 + 5) \\ &= 100^2 - 5^2 \\ &= 10000 - 25 \\ &= 9975 \end{aligned}$$

60. Упростити израз $(3x + 1)^2 - (2x + 5) \cdot (2x - 5) - 5x^2$.

$$\underbrace{(3x + 1)^2} - \underbrace{(2x + 5) \cdot (2x - 5)} - 5x^2 =$$

kvadrat binoma razlika kvadrata

$$\begin{aligned} &= [(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2] - [(-2x)^2 - 5^2] - 5x^2 = \\ &= [9x^2 + 6x + 1] - [4x^2 - 25] - 5x^2 \\ &= 9x^2 + 6x + 1 - 4x^2 - 25 - 5x^2 \\ &= 6x - 24 \end{aligned}$$

61. Одредити разлику квадрата збира и квадрата разлике монома $3a$ и $2b$ и средити добијени израз.

$$\underbrace{(3a + 2b)^2} - \underbrace{(3a - 2b)^2}$$

Kvadrat zbira Kvadrat razlike

$$\begin{aligned} &= [(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2] - [(3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2] \\ &= [9a^2 + 12ab + 4b^2] - [9a^2 - 12ab + 4b^2] \\ &= 9a^2 + 12ab + 4b^2 - 9a^2 + 12ab - 4b^2 \\ &= 24ab \end{aligned}$$

62. Од квадрата разлике монома $2x$ и $3y$ одузети разлику њихових квадрата и добијени израз раставити на чиниоце.

$$\underbrace{(2x - 3y)^2} - \underbrace{[(2x)^2 - (3y)^2]}$$

Kvadrat razlike razlika kvadrata

$$\begin{aligned} &= [(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2] - [4x^2 - 9y^2] = \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4x^2 + 9y^2 \\ &= 18y^2 - 12xy \rightarrow \text{Sad zajednički} \end{aligned}$$

$$= \underline{6} \cdot \underline{3} \cdot \underline{y} \cdot \underline{y} - \underline{6} \cdot \underline{2} \cdot \underline{x} \cdot \underline{y}$$

$$= 6y(3y - 2x)$$

63. Које од следећих формула су тачне:

A) $(x - y)^2 = x^2 - y^2$;

B) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$;

B) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 2x + 1$;

Г) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$?

(Заокружити слова испред тачних одговора.)

A) $(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 \rightarrow$ netačno

B) $(x + 1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow$ tačno

B) $(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1 \rightarrow$ netačno

Г) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \rightarrow$ tačno

64. Упростити израз

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 - a^2 - b^2 + 2ab$$

и израчунати његову вредност за $a = 2,8$ и $b = 8,2$.

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 - a^2 - b^2 + 2ab =$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - b^2 + 2ab =$$

$$= (a + b)^2 = (2,8 + 8,2)^2 = 11^2 = 121$$

65. Израчунати вредност израза

$$(x + 2)^2 - \frac{(4x - 1)^2}{4} \text{ за } x = -\frac{1}{2}.$$

$$(x + 2)^2 - \frac{(4x - 1)^2}{4} =$$

Е, у овом задатку је паметније одмах заменити вредност $x = -\frac{1}{2}$. Дакле:

$$\left(-\frac{1}{2} + 2\right)^2 - \frac{\left(4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 1\right)^2}{4} =$$

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right)^2 - \frac{(-2 - 1)^2}{4} =$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{(-3)^2}{4} = \frac{9}{4} - \frac{9}{4} = 0$$

66. Упростити израз

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 &= \frac{(x+y)^2}{2^2} - \frac{(x-y)^2}{2^2} \\ &= \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} - \frac{x^2 - 2xy + y^2}{4} =\end{aligned}$$

(PAZI: - ispred drugog razlomka menja znake svima u brojiocu)

$$= \frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2}{4} = \frac{4xy}{4} = xy$$

67. Ако је $A = \sqrt{7 - \sqrt{24}} - \sqrt{7 + \sqrt{24}}$, израчунати A^2 .

$$\begin{aligned}A^2 &= \left(\sqrt{7 - \sqrt{24}}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{7 - \sqrt{24}} \cdot \sqrt{7 + \sqrt{24}} + \left(\sqrt{7 + \sqrt{24}}\right)^2 \\ &= 7 - \sqrt{24} - 2\sqrt{(7 - \sqrt{7 + \sqrt{24}})(7 + \sqrt{7 + \sqrt{24}})} + 7 + \sqrt{24} \\ &= 14 - 2\sqrt{7^2 - \sqrt{24}^2} \\ &= 14 - 2\sqrt{49 - 24} \\ &= 14 - 2\sqrt{25} \\ &= 14 - 2 \cdot 5 \\ &= 14 - 10 = 4\end{aligned}$$

68. Који од наведених бинома $A = x - 1$, $B = -x - 1$, $C = 1 - x$ и $D = x + 1$ имају једнаке квадрате?

$$A^2 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$B^2 = (-x-1)^2 = [-(x+1)]^2 = +(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$C^2 = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$D^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

Dakle: $A^2 = C^2$ и $B^2 = D^2$

69. Раставити на чиниоце следеће изразе:

А) $(a-3)(2a+1) - (5a-4)(a-3)$;

Б) $a^3 - a$.

А)

$$(a-3)(2a+1) - (5a-4)(a-3) =$$

$$= (a-3)[(2a+1) - (5a-4)]$$

$$= (a-3)[2a+1-5a+4]$$

$$= (a-3)(5-3a)$$

B)

$$\begin{aligned} a^3 - a &= (\text{izvadimo } a \text{ ispred zagrade}) \\ &= a(a^2 - 1) = (\text{u zagradi je razlika kvadrata}) \\ &= a(a-1)(a+1) \end{aligned}$$

70. Раставити на чиниоце изразе:

A) $5a^2b - 10a$;

B) $14a^3b - 7ab + 21ab^2$.

$$\begin{aligned} \text{A) } 5a^2b - 10a &= \underline{5} \cdot \underline{a} \cdot \underline{a} \cdot \underline{b} - \underline{5} \cdot \underline{2} \cdot \underline{a} \\ &= 5a(ab - 2) \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} 14a^3b - 7ab + 21ab^2 &= \\ &= \underline{7} \cdot \underline{2} \cdot \underline{a} \cdot \underline{a} \cdot \underline{a} \cdot \underline{b} - \underline{7} \cdot \underline{a} \cdot \underline{b} + \underline{7} \cdot \underline{3} \cdot \underline{a} \cdot \underline{b} \cdot \underline{b} \\ &= 7ab(2a^2 - 1 + 3b) \end{aligned}$$

71. Раставити на чиниоце изразе:

A) $2 \cdot (x + y) + a \cdot (x + y)$;

B) $a \cdot (x - y) - b \cdot (x - y)$.

A)

$$\begin{aligned} 2(x + y) + a(x + y) &= [\text{ } x + y \text{ je zajednički }] \\ &= (x + y)(2 + a) \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} a(x - y) - b(x - y) &= [\text{ } x - y \text{ je zajednički }] \\ &= (x - y)(a - b) \end{aligned}$$