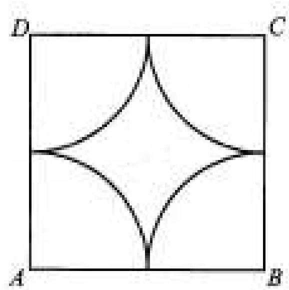
SLOŽENE FIGURE

261. Ако је *ABCD* квадрат површине 36 cm^2, одредити површину осенчене фигуре са приложеног цртежа.



Najpre ćemo iz površine kvadrata izračunati dužinu stranice.

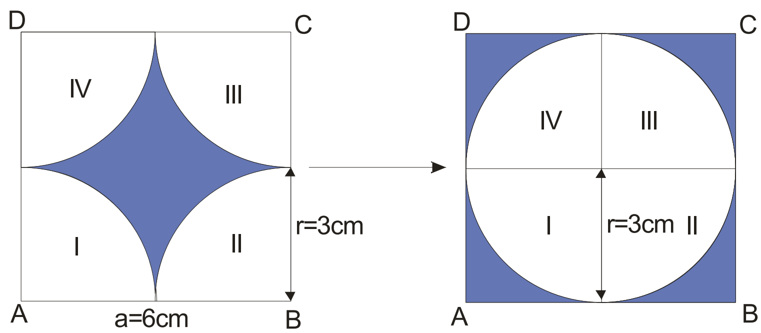
$P = a^2$

$36 = a^2$

$a = \sqrt{36}$

$a = 6cm$

Pretumbajmo malo sliku...



Površinu osenčenog dela ćemo dobiti kad od površine kvadrata oduzmemo površinu kruga čiji je poluprečnik jednak polovini stranice kvadrata! (vidi sliku)

$P_{of} = P_{kv} - P_{kr}$

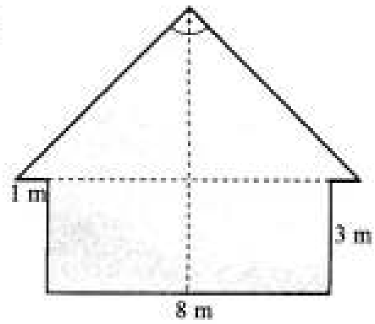
$P_{of} = 36 - 3^2\pi$

$P_{of} = 36 - 9\pi$

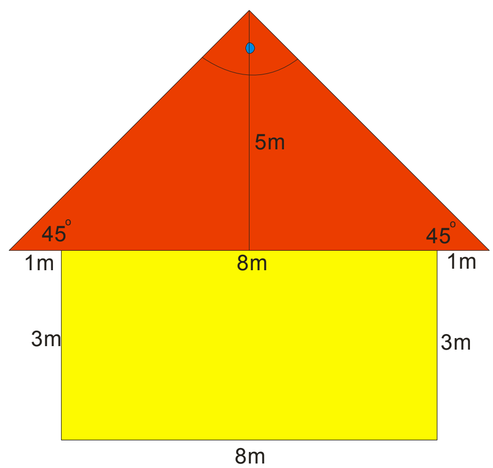
$P_{of} = 9 \cdot 4 - 9\pi$

$P_{of} = 9(4 - \pi)cm^2$

262. Облик и димензије једне осно симетричне фигуре су као на приложеном цртежу. Одредити њену површину.



Proučimo najpre sliku...



Uočimo da se njena površina sastoji iz dva dela, površine pravougaonika i površine trougla, koji je jednakokrako pravougli sa stranicom 1+8+1 = 10 m i odgovarajućom visinom od 5m.

$$P = P_{pr} + P_{\triangle}$$

$$P = a \cdot b + \frac{a_{\triangle} \cdot h_a}{2}$$

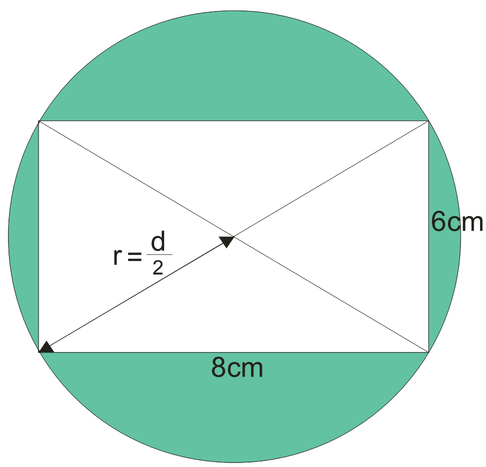
$$P = 8 \cdot 3 + \frac{10 \cdot 5}{2}$$

$$P = 24 + 25$$

$$P = 49 m^2$$

263. Круг k је описан око правоугаоника чије су странице 8 cm и 6 cm. Одредити површину дела круга изван тог правоугаоника ($\pi \approx 3{,}14$).

Naravno, ovde je neophodno nacrtati sliku i postaviti problem...



Ideja: od površine kruga ćemo oduzeti površinu pravougaonika!

Primenom Pitagorine teoreme ćemo naći dijagonalu pravougaonika.

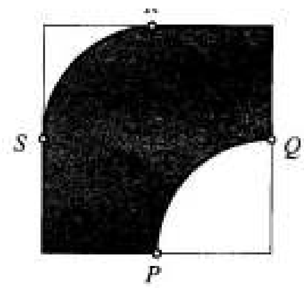
$$d^2 = a^2 + b^2$$
$$d^2 = 8^2 + 6^2$$
$$d^2 = 64 + 36$$

Poluprečnik kruga je polovina dijagonale: $r = \frac{d}{2} \to r = \frac{10}{2} \to r = 5cm$

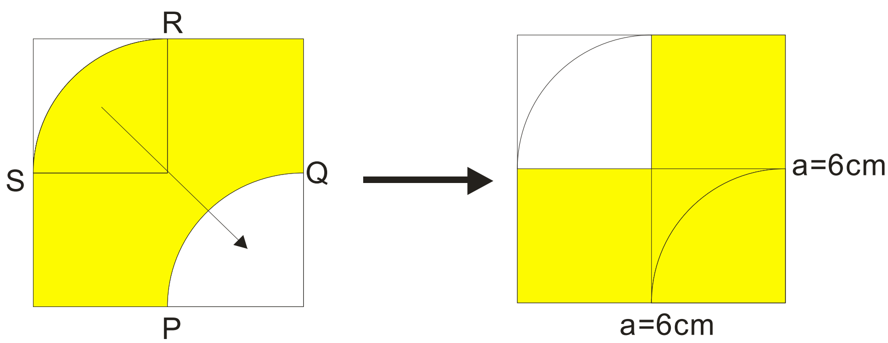
$$d^2 = 100$$
$$d = 10cm$$

$$P = P_{\bigcirc} - P_{prav.}$$
$$P = r^2\pi - a \cdot b$$
$$P = 5^2 \cdot 3{,}14 - 8 \cdot 6$$
$$P = 25 \cdot 3{,}14 - 48$$
$$P = 78{,}5 - 48$$
$$P = 30{,}5cm^2$$

264. На приложеном цртежу, тачке P, Q, R и S су средишта страница једног квадрата странице $a = 6$ cm. Ако су лукови PQ и SR четвртине два круга, одредити површину осенчене фигуре.



Pretumbajmo malo sliku…



Označenu četvrtinu kruga prebacimo dole...

Šta primećujemo?

Osenčena površina je ustvari 3/4 od površine kvadrata!

$$P_{of} = \frac{3}{4} P_{\square}$$

$$P_{of} = \frac{3}{4} a^2$$

$$P_{of} = \frac{3}{4} \cdot 6^2$$

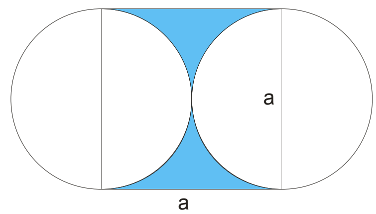
$$P_{of} = \frac{3}{4} \cdot 36$$

$$P_{of} = 3 \cdot 9$$

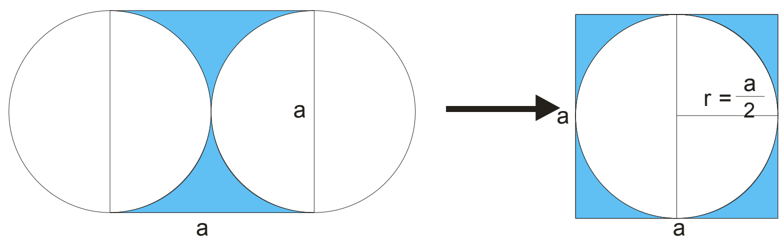
$$P_{of} = 27 cm^2$$

265. Дијагонала квадрата $ABCD$ је 8 cm, а његове наспрамне странице AD и BC су пречници два круга. Одредити површину дела квадрата који је изван тих кругова.

Prvo slika...



Sad pretumbamo...



Ideja: od površine kvadrata oduzmemo površinu kruga!
Nadjimo najpre poluprečnik kruga, koji je jednak polovini stranice kvadrata.

$$d = 8cm$$

$$a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

$$a = \frac{8\sqrt{2}}{2}$$

$$a = 4\sqrt{2}cm \rightarrow r = \frac{a}{2} \rightarrow r = \frac{4\sqrt{2}}{2} \rightarrow r = 2\sqrt{2}cm$$

$$P_{\square} = \frac{d^2}{2}$$

$$P_{\square} = \frac{8^2}{2}$$

$$P_{\square} = 32cm^2$$

$$P_{\bigcirc} = r^2\pi$$

$$P_{\bigcirc} = (2\sqrt{2})^2\pi$$

$$P_{\bigcirc} = 4 \cdot 2\pi$$

$$P_{\bigcirc} = 8\pi cm^2$$

i konačno je :

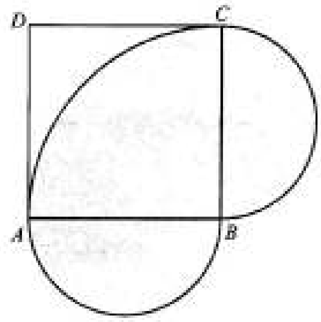
$$P = P_{\square} - P_{\bigcirc}$$

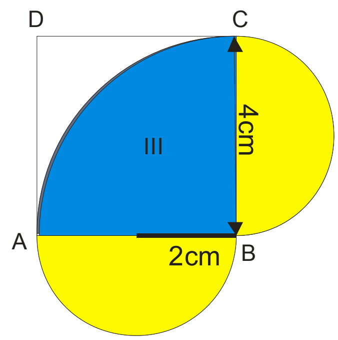
$$P = 32 - 8\pi$$

$$P = 8 \cdot 4 - 8\pi$$

$$P = 8(4 - \pi)cm^2$$

266. Ако је $ABCD$ квадрат странице 4 cm, одредити површину и обим осенчене фигуре на цртежу.





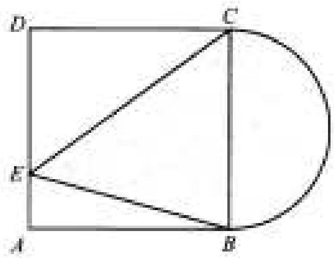
Površina se sastoji od površine manjeg kruga (žuti) i površine četvrtine većeg kruga.

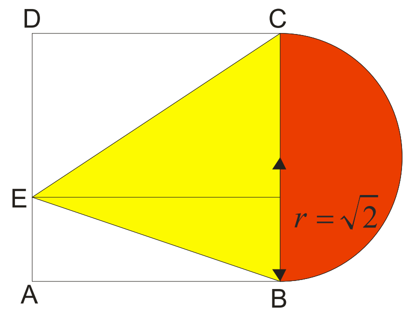
Obim se sastoji od celog obima manjeg kruga i četvrtine obima većeg kruga.

$$P = P_{manji\bigcirc} + \frac{P_{veci\bigcirc}}{4}$$
$$P = r^2\pi + \frac{R^2\pi}{4}$$
$$P = 2^2\pi + \frac{4^2\pi}{4}$$
$$P = 4\pi + 4\pi$$
$$P = 8\pi cm^2$$

$$O = O_{manji\bigcirc} + \frac{O_{veci\bigcirc}}{4}$$
$$O = 2r\pi + \frac{2R\pi}{4}$$
$$O = 2\cdot 2\pi + \frac{2\cdot 4\pi}{4}$$
$$O = 4\pi + 2\pi$$
$$O = 6\pi cm$$

267. Дијагонала квадрата $ABCD$ је 4 cm. Одредити површину осенчене фигуре (у којој је страница BC пречник полукруга и E било која тачка странице AD).





Tražena površina se sastoji od površine polukruga(crveni) I površine trougla , koji je ustvari polovina površine kvadrata.

Nadjimo dužinu stranice kvadrata i poluprečnik kruga.

$$d=4cm$$

$$a=\frac{d\sqrt{2}}{2}$$

$$a=\frac{4\sqrt{2}}{2}$$

$$a=2\sqrt{2}cm \rightarrow r=\frac{a}{2} \rightarrow r=\frac{2\sqrt{2}}{2} \rightarrow r=\sqrt{2}cm$$

Površina polukruga je:

$$P_{pk}=\frac{r^2\pi}{2}$$

$$P_{pk}=\frac{\sqrt{2}^2\pi}{2}$$

$$P_{pk}=\frac{2\pi}{2}$$

$$P_{pk}=\pi cm^2$$

Površina trougla je:

$$\mathrm{P}_{\triangle}=\frac{1}{2}P_{\square}$$

$$\mathrm{P}_{\triangle}=\frac{1}{2}\frac{d^2}{2}$$

$$\mathrm{P}_{\triangle}=\frac{1}{2}\frac{4^2}{2}$$

$$\mathrm{P}_{\triangle}=\frac{16}{4}$$

$$\mathrm{P}_{\triangle}=4cm^2$$

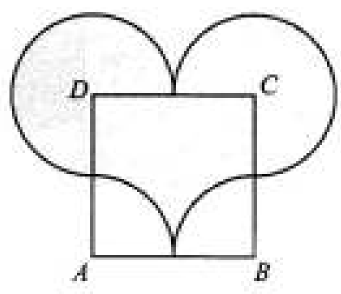
Tražena površina je:

$$P=P_{\triangle}+P_{pk}$$

$$P=4+\pi$$

$$P=(4+\pi)cm^2$$

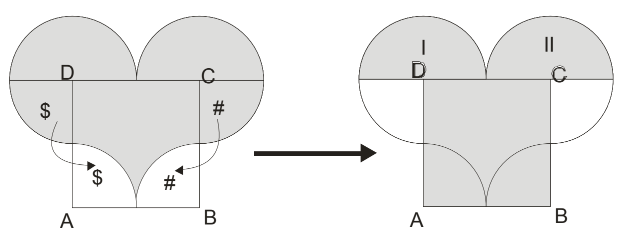
268. Страница квадрата $ABCD$ је 12 cm и око сваког од његових темена је описан круг полупречника $r = 6$ cm. Одредити обим и површину осенчене фигуре.



Obim figure se sastoji iz dva obima kruga!

$$O = 2 \cdot O_{\bigcirc}$$
$$O = 2 \cdot 2r\pi$$
$$O = 4 \cdot 6\pi$$
$$O = 24\pi cm$$

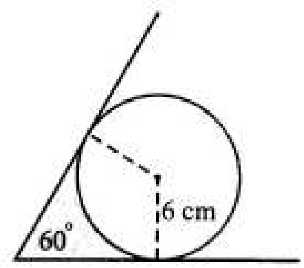
Da bi izračunali površinu, malo ćemo da pretumbamo sliku...



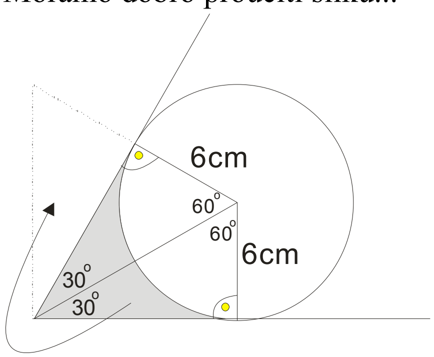
Tražena površina se sastoji iz površine kruga(kad spojimo polukrugove I i II) i površine kvadrata.

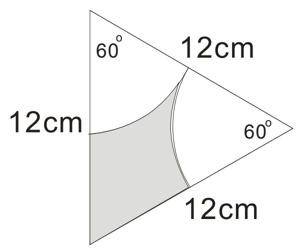
$$P = P_{\bigcirc} + P_{\square}$$
$$P = r^2\pi + a^2$$
$$P = 6^2\pi + 12^2$$
$$P = 36\pi + 144$$
$$P = 36\pi + 36 \cdot 4$$
$$P = 36(\pi + 4)cm^2$$

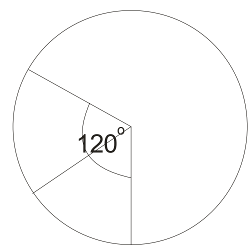
269. Круг полупречника 6 cm додирује краке датог угла од 60°. Одредити површину осенчене фигуре.



Moramo dobro proučiti sliku...







Kraci ugla su tangente kruga, pa prave prav ugao sa poluprečnikom.
Spojimo centar kruga sa temenom ugla i dobijamo dva podudarna trougla koji zajedno čine jednakostranični trougao.

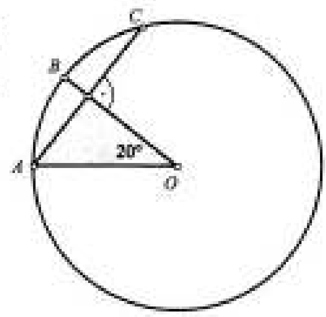
Ideja: Od površine jednakostraničnog trougla stranice 12 cm ćemo oduzeti trećinu površine kruga(jer je centralni ugao od 120 stepeni)

$$P_{\triangle}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$
$$P_{\triangle}=\frac{12^2\sqrt{3}}{4}$$
$$P_{\triangle}=\frac{144\sqrt{3}}{4}$$
$$P_{\triangle}=36\sqrt{3}cm^2$$

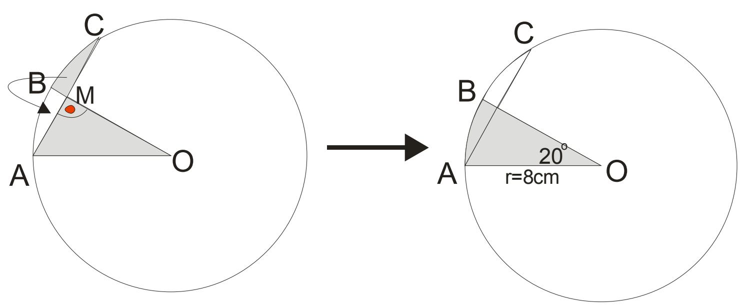
$$P_{\frac{1}{3}\bigcirc}=\frac{r^2\pi}{3}$$
$$P_{\frac{1}{3}\bigcirc}=\frac{6^2\pi}{3}$$
$$P_{\frac{1}{3}\bigcirc}=\frac{36\pi}{3}$$
$$P_{\frac{1}{3}\bigcirc}=12\pi cm^2$$

$$P=P_{\triangle}-P_{\frac{1}{3}\bigcirc}$$
$$P=36\sqrt{3}-12\pi$$
$$P=12\cdot 3\sqrt{3}-12\pi$$
$$P=12(3\sqrt{3}-\pi)cm^2$$

270. Тачке A, B и C су на кругу са центром O и полупречником $r = 8$ cm. Одредити површину осенчене фигуре ако се зна да је $\angle AOB = 20^\circ$ и $AC \perp OB$.



Proučimo , kao i uvek datu sliku…



Delići ABM i CBM su jednaki po površini! Ubacimo delić CBM u delić ABM i dobijamo kružni isečak čiji je centralni ugao 20 stepeni i poluprečnik 8 cm.

$$P = P_{is}$$

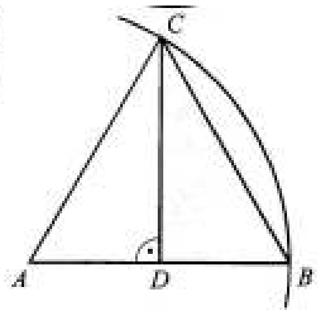
$$P = \frac{r^2 \pi \alpha}{360^0}$$

$$P = \frac{8^2 \pi 20^0}{360^0}$$

$$P = \frac{64\pi}{18}$$

$$P = \frac{32\pi}{9} cm^2$$

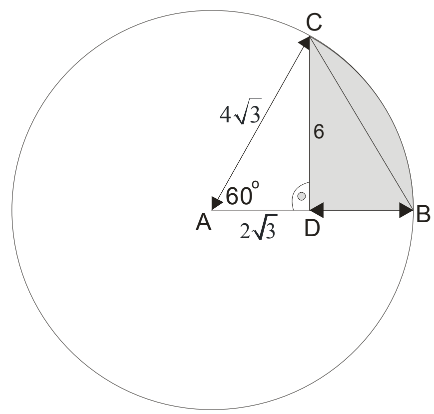
271. Висина CD једнакостраничног троугла ABC је 6 cm и око темена A је описан круг полупречника AB. Одредити површину осенчене фигуре.



Iz visine jednakostraničnog trougla nađemo stranicu trougla.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$6 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \rightarrow a\sqrt{3} = 12 \rightarrow a = \frac{12}{\sqrt{3}} \rightarrow a = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \rightarrow a = \frac{12\sqrt{3}}{3} \rightarrow a = 4\sqrt{3}cm$$



Ideja: Od površine kružnog isečka ABC ćemo oduzeti površinu pravouglog trougla ADC !

$$P_{is} = \frac{r^2\pi\alpha}{360^0}$$

$$P_{is} = \frac{(4\sqrt{3})^2\pi 60^0}{360^0}$$

$$P_{is} = \frac{16\cdot 3\pi}{6}$$

$$P_{is} = 8\pi cm^2$$

$$P_{\vartriangle ACD} = \frac{a\cdot b}{2}$$

$$P_{\vartriangle ACD} = \frac{2\sqrt{3}\cdot 6}{2}$$

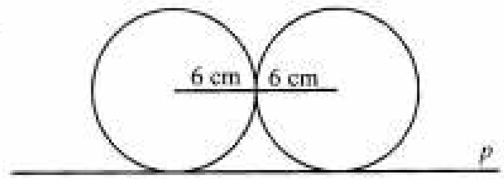
$$P_{\vartriangle ACD} = 6\sqrt{3}cm^2$$

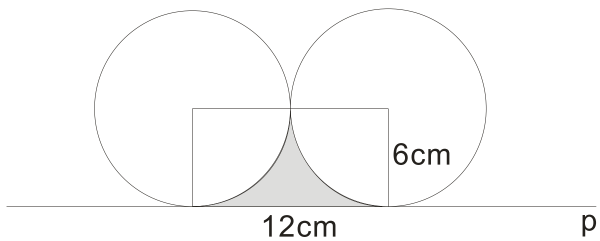
$$P = P_{is} - P_{\vartriangle ADC}$$

$$P = 8\pi - 6\sqrt{3}$$

$$P = 2(4\pi - 3\sqrt{3})cm^2$$

272. Два круга, полупречника 6 cm, додирују се споља и оба додирују дату праву p. Одредити површину фигуре која је ограничена тим круговима и правом p.





Ideja: od površine pravougaonika sa stranicama 12cm i 6 cm ćemo oduzeti površinu polukruga koji dobijamo kad spojimo ove dve četvrtine .

$$P = P_{pr} - \frac{1}{2}P_{\bigcirc}$$

$$P = a \cdot b - \frac{1}{2}r^2\pi$$

$$P = 12 \cdot 6 - \frac{1}{2}6^2\pi$$

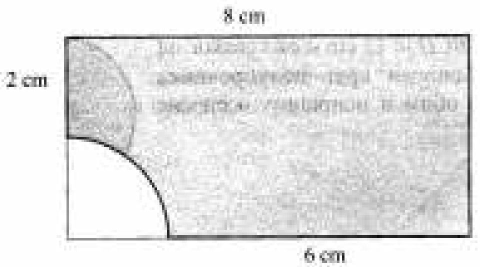
$$P = 72 + \frac{1}{2}36\pi$$

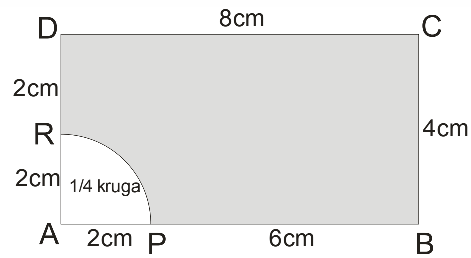
$$P = 72 + 18\pi$$

$$P = 18 \cdot 4 + 18\pi$$

$$P = 18(4+\pi)cm^2$$

273. Ако су подаци као на приложеном цртежу, одредити површину и обим осенчене фигуре.





Ideja: Od površine pravougaonika oduzmemo površinu 1/4 kruga!

$$P = P_{pr} - \frac{1}{4} P_{\bigcirc}$$

$$P = a \cdot b - \frac{1}{4} r^2 \pi$$

$$P = 8 \cdot 4 - \frac{1}{4} 2^2 \pi$$

$$P = (32 - \pi) cm^2$$

Što se tiče obima, moramo da obiđemo celu figuricu!

O = PB + BC + CD + DR + ¼ obima kruga (luk RP)

$$O = 6 + 4 + 8 + 2 + \frac{1}{4} 2 r \pi$$

$$O = 20 + \frac{1}{2} 2\pi$$

$$O = 20 + \pi$$

$$O = (20 + \pi) cm$$