

### 3. UČENIK UME DA KORISTI FORMULE ZA OBIM I POVRŠINU KRUGA I KRUŽNOG PRSTENA

Kružnica je skup tačaka u ravni čija su rastojanja od jedne stalne tačke (centra) jednaka datoj veličini (poluprečniku).

Centar kruga najčešće obeležavamo sa O

Poluprečnik najčešće obeležavamo sa r (pa je onda 2r – prečnik kruga)

Pazite: kružnica je samo linija (kružna) a krug čine ta kružna linija i sve tačke unutar nje

Obim kruga je  $O = 2r\pi$

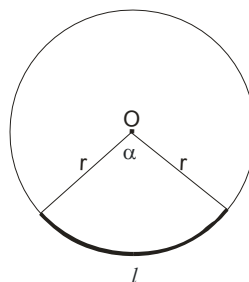
Površina kruga je  $P = r^2\pi$

#### Kružni luk

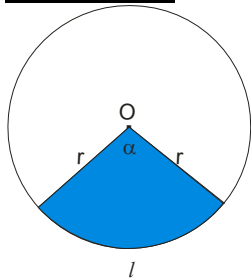
Dužina kružnog luka je:  $l = \frac{2r\pi}{360^0} \cdot \alpha$

odnosno, može i :  $l = \frac{O}{360^0} \cdot \alpha$

ili  $l = \frac{r\pi\alpha}{180^0}$



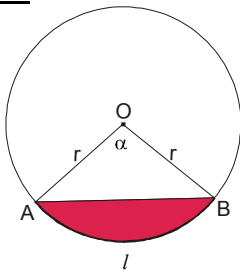
#### Kružni isečak



Površina kružnog isečka je

$$P_{ki} = \frac{r^2\pi\alpha}{360^0} \quad \text{ili} \quad P_{ki} = \frac{r \cdot l}{2} \quad \text{ili} \quad P_{ki} = \frac{P_{kruga} \cdot \alpha}{360^0}$$

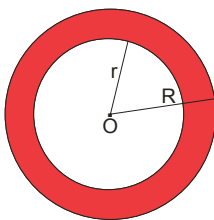
#### Kružni odsečak



Površina kružnog odsečka se dobija kad od površine kružnog isečka oduzmemo površinu trougla ABO.

$$P_{ods} = P_{ise} - P_{\Delta ABO}$$

## Kružni prsten



$$P_{kp} = (R^2 - r^2)\pi$$

Površina kružnog prstena se računa kad od površine većeg kruga oduzmemo površinu manjeg kruga.

### Primer 1.

Odrediti prečnik i površinu kruga čiji je obim 31,4 cm i  $\pi \approx 3,14$

#### Rešenje:

$$O = 31,4 \text{ cm}$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$2r = ?$$

$$P = ?$$

Iz formule za obim kruga ćemo naći dužinu poluprečnika (prečnika).

$$O = 2r\pi$$

$$31,4 = 2r \cdot 3,14$$

$$2r = \frac{31,4}{3,14}$$

$$2r = 10 \text{ cm}$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$P = r^2\pi$$

$$P = 5^2\pi$$

$$P = 25 \cdot 3,14$$

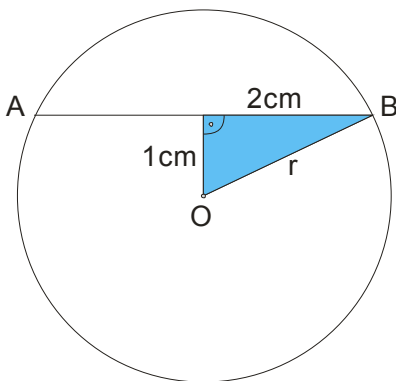
$$P = 78,5 \text{ cm}^2$$

### Primer 2.

Dužina tetive AB datog kruga je 4 cm, a njeno rastojanje od centra kruga 1 cm. Naći površinu kruga.

#### Rešenje:

Nacrtajmo sliku najpre:



Polovina tetive AB je 2cm, i ona sa rastojanjem od centra kruga i poluprečnikom pravi pravougli trougao, na kome primenjujemo Pitagorinu teoremu.

Dakle:

$$r^2 = 2^2 + 1^2$$

$$r^2 = 4 + 1$$

$$r^2 = 5$$

Namerno nismo tražili r, jer nam za površinu treba:

$$P = r^2 \pi$$

$$P = 5\pi$$

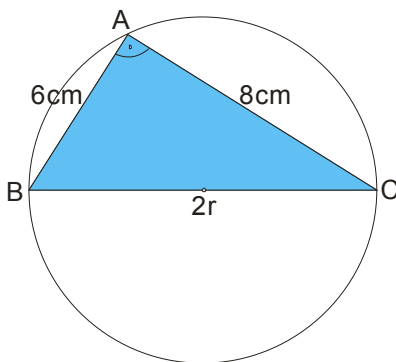
$$P = 5\pi \text{ cm}^2$$

### Primer 3.

Tetive AB i AC jednog kruga su ortogonalne i dužina su 6cm i 8cm. Odrediti poluprečnik i obim tog kruga.

**Rešenje:**

I ovde je neophodna slika:



Pošto u zadatku kaže da su tetive ortogonalne (normalne), one sa prečnikom grade pravougli trougao, pa ćemo tu činjenicu iskoristiti i uz pomoć Pitagorine teoreme naći poluprečnik:

$$(2r)^2 = 6^2 + 8^2$$

$$4r^2 = 36 + 63$$

$$4r^2 = 100$$

$$r^2 = \frac{100}{4}$$

$$r^2 = 25$$

$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5\text{cm}$$

Sada tražimo obim:

$$O = 2r\pi$$

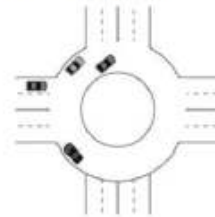
$$O = 2 \cdot 5\pi$$

$$O = 10\pi\text{cm}$$

**Evo i nekoliko primera iz zbirke 2012. godina:**

**176.** На слици је дат један кружни ток. Површина коју заузима читав кружни ток је  $1225\pi\text{ m}^2$ , а ширина коловозне траке је  $10\text{ m}$ . Колику површину заузима празан простор у средини кружног тока?

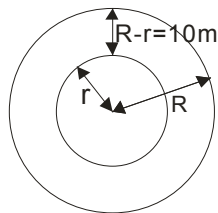
Прикажи поступак.



Површина празног простора у средини кружног тока је  $\underline{\hspace{2cm}}$   $\text{m}^2$ .

**Rešenje:**

Kružni tok ima oblik kružnog prstena. Data nam je cela ta površina (površina velikog kruga!)



$$P = R^2\pi$$

$$1225\cancel{\pi} = R^2\cancel{\pi}$$

$$R^2 = 1225$$

$$R = \sqrt{1225} \rightarrow \boxed{R = 35\text{m}}$$

$$R - r = 10$$

$$35 - r = 10 \rightarrow \boxed{r = 25\text{m}}$$

Površina manjeg kruga (ono što tražimo) je:

$$P = r^2\pi$$

$$P = 25^2\pi \rightarrow \boxed{P = 625\pi\text{m}^2}$$

Površina praznog prostora u sredini kružnog тока је  $625\pi\text{m}^2$ .

177. Обим круга је 16π cm. Колика је његова површина?

Прикажи поступак.

Заокружи слово испред тачног одговора.

a) 256π cm<sup>2</sup>

б) 64π cm<sup>2</sup>

в) 256 cm<sup>2</sup>

г) 64 cm<sup>2</sup>

**Rešenje:**

$$O = 2r\pi$$

$$16\cancel{\pi} = 2r\cancel{\pi}$$

$$16 = 2r$$

$$r = \frac{16}{2} \rightarrow \boxed{r = 8\text{cm}}$$

Treba zaokružiti б) 64πcm<sup>2</sup>

$$P = r^2\pi$$

$$P = 8^2\pi \rightarrow \boxed{P = 64\pi\text{cm}^2}$$

a) 256π cm<sup>2</sup>

б) 64π cm<sup>2</sup>

в) 256 cm<sup>2</sup>

г) 64 cm<sup>2</sup>

178. Пречник тракторског точка је 100 cm. Колики пут ће прећи трактор чији се точак

окрене без клизања 7000 пута ( $\pi \approx \frac{22}{7}$ )?

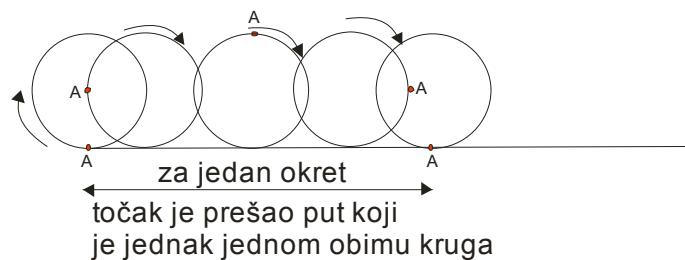
Прикажи поступак.

Трактор ће приближно прећи \_\_\_\_ km.

**Rešenje:**

Пречник је  $2r = 100\text{cm}$ , ајмо ово одмах да пребацимо у metre!  $2r = 1\text{m}$  (jer je  $1\text{m} = 100\text{cm}$ ).

Sad da postavimo problem:



Uočimo tačku A na krugu. Za jedan pun okret ona se vrati na početnu poziciju, a točak je prešao put koji je jednak

jednom obimu kruga. Dakle, **ideja je: nadjemo obim kruga pa ga pomnožimo sa 7000 okretaja!**

Traženi put ćemo da obeležimo sa  $s$  (kao u fizici)

$$O = 2r\pi$$

$$O = 1 \cdot \frac{22}{7}$$

Sad ovo pomnožimo sa 7000, dobijamo

$$\boxed{O = \frac{22}{7}m}$$

$$s = 7000 \cdot O_{kruga}$$

$$s = 7000 \cdot \frac{22}{7}$$

$$s = 1000 \cdot 22$$

$$s = 22000m \rightarrow \boxed{s = 22km}$$

**Traktor će preći 22 km.**

179. Обими концентричних кружница су  $O_1 = 16\pi$  cm и  $O_2 = 10\pi$  cm. Колика је површина одговарајућег кружног прстена?

Прикажи поступак.

Површина кружног прстена је \_\_\_\_ cm<sup>2</sup>.

### Rešenje:

Iz obima kružnica ćemo naći dužine poluprečnika:

$$O_1 = 2r_1\pi$$

$$16\cancel{\pi} = 2r_1\cancel{\pi}$$

$$2r_1 = 16$$

$$r_1 = \frac{16}{2}$$

$$\boxed{r_1 = 8\text{cm}}$$

$$O_2 = 2r_2\pi$$

$$10\cancel{\pi} = 2r_2\cancel{\pi}$$

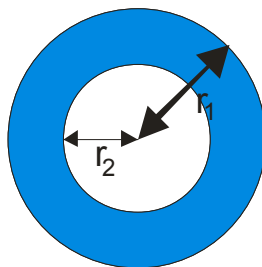
$$2r_2 = 10$$

$$r_2 = \frac{10}{2}$$

$$\boxed{r_2 = 5\text{cm}}$$

i

Površinu kružnog prstena tražimo kad od površine većeg kruga oduzmemo površinu manjeg kruga!



$$P_{kp} = r_1^2\pi - r_2^2\pi$$

$$P_{kp} = (r_1^2 - r_2^2)\pi$$

$$P_{kp} = (8^2 - 5^2)\pi$$

$$P_{kp} = (64 - 25)\pi$$

$$\boxed{P_{kp} = 39\pi\text{cm}^2}$$

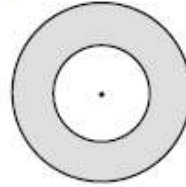
Površina kružnog prstena je  $39\pi\text{cm}^2$ .

180. Површина мањег круга је  $9\pi \text{ cm}^2$ . Површина кружног прстена је  $16\pi \text{ cm}^2$ .

Израчунај полупречник већег круга.

Прикажи поступак.

Полупречник већег круга је \_\_\_\_ cm.



**Rešenje:**

Obeležimo poluprečnik većeg kruga sa  $R$ , a poluprečnik manjeg kruga sa  $r$ .

$$P_{kp} = R^2\pi - r^2\pi$$

$$16\pi = R^2\pi - 9\pi$$

$$R^2\pi = 16\pi + 9\pi$$

$$R^2 \cancel{\pi} = 25 \cancel{\pi} \rightarrow R^2 = 25 \rightarrow R = \sqrt{25} \rightarrow \boxed{R = 5\text{cm}}$$

**Poluprečnik većeg kruga je 5cm.**