

## 5. UČENIK KORISTI JEDNAČINE, NEJEDNAČINE I SISTEME JEDNAČINA REŠAVAJUĆI I SLOŽENIJE TEKSTUALNE ZADATKE

### Primer 1.

Otac ima 43 godine a sin 18, kroz koliko će godina otac biti dva puta stariji od sina?

#### Rešenje:

Obeležimo sa  $x$  -broj godina koji treba da prodje.

Otac  $\rightarrow$  43 godine

Sin  $\rightarrow$  18 godina

**Kako godine teku i za oca i za sina, to je:**

Otac  $\rightarrow 43 + x$

Sin  $\rightarrow 18 + x$

U zadatku se kaže da će otac biti dva puta stariji od sina:

$$2 \cdot (18 + x) = 43 + x$$

$$36 + 2x = 43 + x$$

$$2x - x = 43 - 36$$

$$\boxed{x = 7}$$

**Proverimo:** Kroz 7 godina otac će imati  $43+7=50$  godina, a sin  $18+7=25$  godina, pa je otac zaista dva puta stariji od sina.

### Primer 2.

Učenik je prvog dana pročitao  $\frac{1}{4}$  knjige, drugog dana  $\frac{2}{3}$  od ostatka knjige, a trećeg dana poslednjih 40 stranica. Koliko ima stranica ta knjiga?

#### Rešenje:

Obeležimo sa  $x$ -broj stranica knjige.

$$\frac{1}{4}x \rightarrow \text{I dan}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x \rightarrow \text{II dan}$$

$$40 \text{ str.} \rightarrow \text{III dan}$$

$$(\text{ostale su } \frac{3}{4}x \text{ stranica})$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x + 40 = x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{4}x + 40 = x$$

$$\frac{3}{4}x + 40 = x$$

$$x - \frac{3}{4}x = 40$$

$$\frac{1}{4}x = 40$$

$$x = 160$$

**Knjiga ima 160 stranica.**

### Primer 3.

Jedan radnik može da završi posao za 9, a drugi za 12 dana. Ako se njima pridruži treći radnik, oni će taj posao završiti za 4 dana. Za koje bi vreme treći radnik sam završio posao?

#### Rešenje:

Neka je  $x$ -vreme za koje treći radnik završi posao.

**Kako razmišljamo?**

Ako prvi radnik sam završi posao za 9 dana onda će za 1 dan odraditi  $\frac{1}{9}$  posla.

Slično će drugi radnik za 1 dan odraditi  $\frac{1}{12}$  posla, a treći  $\frac{1}{x}$  deo posla.

Znači da oni zajedno za 1 dan odrade  $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x}$  deo posla, Kako rade 4 dana, to je:

$$\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x}\right) \cdot 4 = 1$$

$$\frac{4}{9} + \frac{4}{12} + \frac{4}{x} = 1 \quad \dots\dots / \cdot 36x$$

$$16x + 12x + 144 = 36x$$

$$28x - 36x = -144$$

$$-8x = -144$$

$$\boxed{x = 18}$$

**Dakle, treći radnik bi sam završio posao za 18 dana.**

### Primer 4.

Odredi linearnu funkciju  $y = kx + n$  čiji grafik sadrži tačke  $A(-2,0)$  i  $B(3,2)$

#### Rešenje:

Oformićemo sistem tako što umesto  $x$  i  $y$  menjamo koordinate tačaka A i B .

$$A(-2,0) \rightarrow y = kx + n \rightarrow 0 = k(-2) + n \rightarrow -2k + n = 0$$

$$B(3,2) \rightarrow y = kx + n \rightarrow 2 = k \cdot 3 + n \rightarrow 3k + n = 2$$

Oformimo sistem:

$$-2k + n = 0$$

$$3k + n = 2$$

$$-2k + n = 0 \dots\dots / \cdot (-1)$$

$$3k + n = 2$$

$$2k - n = 0$$

$3k + n = 2$     saberemo ove jednačine

$$5k = 2 \rightarrow k = \frac{2}{5}$$

$$n = 2k \rightarrow n = 2 \cdot \frac{2}{5} \rightarrow n = \frac{4}{5}$$

Sad ovo zamenimo u  $y = kx + n$  i dobijamo:  $y = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$  kao **konačno rešenje!**

**Primer 5.**

Jedan ugao trougla je  $95^{\circ}$ . Odrediti preostala dva ugla tog trougla ako se zna da je jedan od njih za  $15^{\circ}$  manji od drugog.

**Rešenje:**

Ako je jedan ugao trougla  $95^{\circ}$ , onda zbir preostala dva ugla dobijamo kad od  $180^{\circ}$  oduzmemo  $95^{\circ}$ . Dakle

$$\alpha + \beta = 180^{\circ} - 95^{\circ}$$

$$\alpha + \beta = 85^{\circ}$$

Dobili smo jednu jednačinu, a kako kaže u zadatku da je jedan ugao za 15 stepeni manji od drugog, to je

$$\alpha - \beta = 15^{\circ}$$

Oformimo sistem:

$$\alpha + \beta = 85^{\circ}$$

$$\underline{\alpha - \beta = 15^{\circ}}$$

$$2\alpha = 100^{\circ} \rightarrow \alpha = \frac{100^{\circ}}{2} \rightarrow \alpha = 50^{\circ}$$

$$\alpha + \beta = 85^{\circ}$$

$$50^{\circ} + \beta = 85^{\circ}$$

$$\beta = 85^{\circ} - 50^{\circ}$$

$$\beta = 35^{\circ}$$

Traženi uglovi imaju  $50^{\circ}$  i  $35^{\circ}$ .

**Primer 6.**

Zbir dva broja je 176. Odrediti te brojeve ako je jedan od njih za 20 % veći od drugog.

**Rešenje:**

Obeležimo te brojeve sa x i y.

$$\text{Da se podsetimo } 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$x + y = 176$$

$$x = y + \frac{1}{5}y$$

$$x + y = 176$$

$$x = \frac{5}{5}y + \frac{1}{5}y \rightarrow x = \frac{6}{5}y \text{ zamenimo u gornju jednačinu}$$

$$x + y = 176$$

$$\frac{6}{5}y + y = 176 \dots \cdot 5$$

$$6y + 5y = 880$$

$$11y = 880$$

$$y = \frac{880}{11} \rightarrow y = 80$$

$$x = \frac{6}{5}y \rightarrow x = \frac{6}{5} \cdot 80 \rightarrow x = 6 \cdot 16 \rightarrow x = 96$$

Traženi brojevi su 96 i 80.

**Primer 7.**

Zbir dva broja je 58. Ako se veći podeli manjim, dobija se količnik 4 i ostatak 3. Nadj te brojeve.

**Rešenje:**

Napisati jednačinu iz prve rečenice nije problem:  $x + y = 58$ .

Da bi sastavili drugu jednačinu, podsetimo se jedne stvari. Kad podelimo neka dva broja:

$$9 : 2 = 4 \text{ i ostatak je } 1, \text{ to možemo zapisati i kao : } \frac{9}{2} = 4 + \frac{1}{2}$$

$$\text{Uopšteno : } \frac{\text{deljenik}}{\text{delilac}} = \text{rešenje} + \frac{\text{ostatak}}{\text{delilac}}$$

$$\text{Za naš zadatak je : } \frac{x}{y} = 4 + \frac{3}{y} \text{ i evo nam druge jednačine za sistem!}$$

$$x + y = 58$$

$$\frac{x}{y} = 4 + \frac{3}{y} \dots \cdot y$$

$$x + y = 58$$

$$x = 4y + 3 \text{ zamenimo u prvu...}$$

$$4y + 3 + y = 58$$

$$5y + 3 = 58$$

$$5y = 58 - 3$$

$$5y = 55$$

$$y = 11 \text{ vratimo se da nadjemo } x$$

$$x = 4y + 3 \rightarrow x = 4 \cdot 11 + 3 \rightarrow x = 44 + 3 \rightarrow x = 47$$

Traženi brojevi su 47 i 11.

### Primer 8.

Rešiti nejednačinu:  $\frac{x}{6} - \frac{1-x}{4} > \frac{1+x}{3} + \frac{x-2}{24}$

Rešenje:

Rekli smo već da je postupak za rešavanje nejednačina analogan kao kod rešavanja jednačina,

A da samo pazimo na kraju, kad izražavamo nepoznatu, jer se mora okrenuti znak nejednakosti ako je broj

uz nepoznatu negativan....

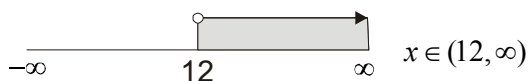
$$\frac{x}{6} - \frac{1-x}{4} > \frac{1+x}{3} + \frac{x-2}{24} \cdot 24$$

$$4x - 6(1-x) > 8(1+x) + 1(x-2)$$

$$4x - 6 + 6x > 8 + 8x + x - 2$$

$$4x + 6x - 8x - x > 8 - 2 + 6$$

$$x > 12$$



**Primer 9.**

**Rešiti nejednačinu:**  $1 + \frac{x-6}{3} - \frac{x}{2} \leq 3 + \frac{3+x}{4}$

**Rešenje:**

$$\frac{1}{1} + \frac{x-6}{3} - \frac{x}{2} \leq \frac{3}{1} + \frac{3+x}{4} \dots\dots\dots / \cdot 12$$

$$12 + 4(x-6) - 6x \leq 36 + 3(3+x)$$

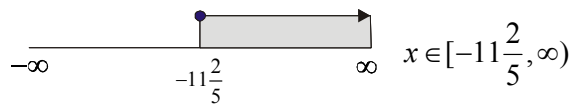
$$12 + 4x - 24 - 6x \leq 36 + 9 + 3x$$

$$4x - 6x - 3x \leq 36 + 9 - 12 + 24$$

$$-5x \leq 57 \rightarrow \text{Pazi na znak!}$$

$$x \geq -\frac{57}{5}$$

$$x \geq -11\frac{2}{5}$$



**Primer 10.**

**Naći najmanji prirodan broj x koji zadovoljava nejednačinu  $(x-1)^2 - (x+1)^2 < -10-x$**

**Rešenje:**

Najpre rešimo datu nejednačinu:

$$(x-1)^2 - (x+1)^2 < -10-x$$

$$(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1) < -10-x$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 < -10-x$$

$$-4x < -10-x$$

$$-4x + x < -10$$

$$-3x < -10$$

$$x > \frac{-10}{-3}$$

$$x > +3\frac{1}{3}$$

Najmanji prirodni broj je  $x = 4$

