1. Rastojanje između dve tačke

$$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

2. Deljenje duži u datoj razmeri

Ako je tačka $M(x_\lambda, y_\lambda)$ unutrašnja tačka duži AB, gde je $A(x_1,y_1)$ i $B(x_2,y_2)$ i ako je data razmera $AM:MB=\lambda$ to jest $(\frac{AM}{MB}=\lambda)$, u kojoj tačka M deli duž AB , onda se koordinate tačke M računaju po obrascima

$$M(x_\lambda, y_\lambda)\rightarrow x_\lambda=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \quad \text{i} \quad y_\lambda=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$$

$M(x_\lambda, y_\lambda)$

$A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$

3. Sredina duži

Ako je tačka $M(x_s, y_s)$ sredina duži AB ($A(x_1,y_1)$ i $B(x_2,y_2)$) onda se njene koordinate računaju po formuli

$$M(x_s, y_s)\rightarrow x_s=\frac{x_1+x_2}{2} \quad \text{i} \quad y_s=\frac{y_1+y_2}{2}$$

$M(x_s, y_s)$

$A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$

4. Površina trougla preko koordinata temena

Neka su $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ i $C(x_3,y_3)$ temena datog trougla ABC određena pomoću naznačenih koordinata u odnosu na pravougli koordinatni sistem xOy, tada je površina trougla data obrascem

$$P_\Delta=\frac{1}{2}\left|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right|$$

može i preko determinante(naravno, ko je upoznat sa njihovim izračunavanjem)

$$P_\Delta=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Prava

i) **opšti (implicitni oblik) je** $ax+by+c=0$

ii) **eksplicitni oblik je** $y=kx+n$

k- koeficijent pravca ($k=tg\alpha$, gde je α ugao koji prava gradi sa pozitivnim smerom x – ose)

n - je odsečak na y - osi

iii) $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$ **je segmentni oblik**

m – je odsečak na x osi

n – je odsečak na y osi

v) **Prava kroz tačku** $A(x_1,y_1)$ sa koeficijentom pravca k je : $y-y_1=k(x-x_1)$

vi) **Prava kroz tačke** $A(x_1,y_1)$ **i** $B(x_2,y_2)$ je : $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

vii) Primećujete da je onda $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Kakav može biti međusoban položaj dve prave u ravni?

1) **Mogu da se seku**
   Tačku preseka nalazimo rešavajući sistem od te dve jednačine !
   Ako posmatramo prave $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$ onda je ugao pod kojim se seku dat formulom:
   $$tg\alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$$
   Ako se te dve prave seku pod pravim uglom, onda je $k_1 \cdot k_2 = -1$ **(uslov normalnosti)**
2) **Mogu da budu paralelne**
   Prave $y = k_1 x + n_1$ i $y = k_2 x + n_2$ su paralelne ako je $k_1 = k_2$ **(uslov paralelnosti)**

Ako su $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ i $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ jednačine dveju pravih koje se seku u tački O, tada je :

$$A_1 x + B_1 y + C_1 + \lambda(A_2 x + B_2 y + C_2) = 0$$

jednačina pramena pravih sa centrom u tački O.

Rastojanje tačke (x_0, y_0) od prave $ax + by + c = 0$ **je** : $d = \dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

<u>Kružnica</u>

Kružnica (kružna linija) je skup tačaka u ravni sa osobinom da su sve tačke tog skupa na jednakom rastojanju (r) od jedne stalne tačke (C, centar) te ravni.

Opšta jednačina kružnice je: $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$

Ako je kružnica data u obliku $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ možemo koristiti formulice

$p = -\dfrac{d}{2}$

$q = -\dfrac{e}{2}$

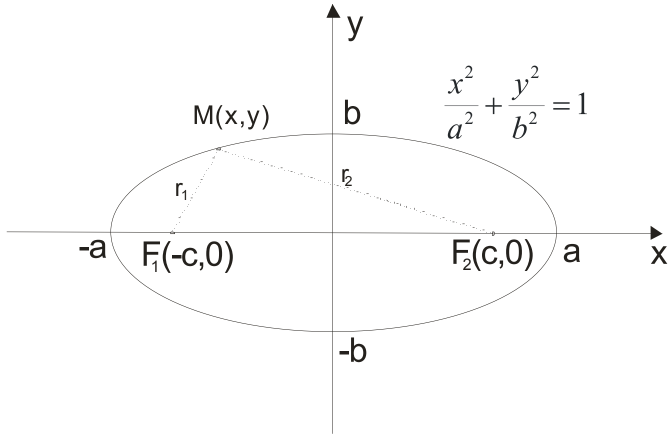
$r^2 = p^2 + q^2 - f$

USLOV DODIRA (Kružnice i prave $y = kx + n$**) je** $r^2(k^2 + 1) = (kp - q + n)^2$

Ako tražimo tangentu iz neke tačke VAN kružnice neophodno je koristiti uslov dodira. Ali ako trebamo naći tangentu baš u tački dodira čije koordinate znamo možemo koristiti gotovu formulicu:

$$(x - p)(x_0 - p) + (y - q)(y_0 - q) = r^2$$

Elipsa je skup tačaka u ravni s osobinom da je zbir rastojanja ma koje tačke od dveju datih tačaka(žiža) stalan broj.



r_1, r_2 su potezi (radijus vektori) elipse i važi za bilo koju tačku na elipsi $r_1 + r_2 = 2a$ (konstantan broj)

$F_1(-c,0), F_2(c,0)$ su žiže elipse , gde je $c^2 = a^2 - b^2$

a - je velika poluosa , odnosno 2a je velika osa

b - je mala poluosa, odnosno 2b je mala osa

$e = \frac{c}{a}$ je ekscentricitet (još kod elipse važi da je e<1)

Glavna jednačina elipse je $\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1}$ ili $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

Elipsa i prava

Slično kao kod kružnice, da bi odredili međusobni položaj prave i elipse, rešavamo sistem jednačina:

$y = kx + n$ i $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

- Ako sistem nema rešenja , onda se prava i elipsa ne seku, to jest $a^2k^2 + b^2 < n^2$
- Ako sistem ima dva rešenja, onda prava seče elipsu u dvema tačkama $a^2k^2 + b^2 > n^2$
- Ako sistem ima jedno rešenje, prava je tangenta elipse i zadovoljava USLOV DODIRA:

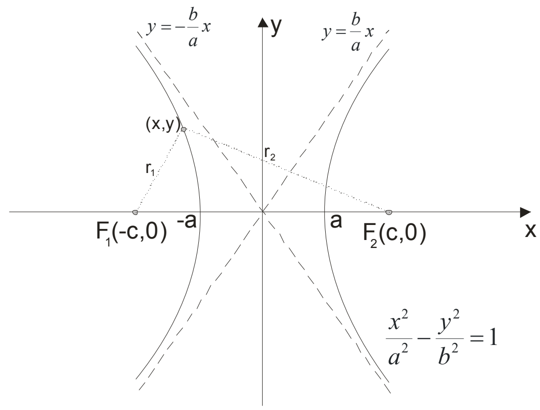
$$a^2k^2 + b^2 = n^2$$

Napomena

Ako nam traže tangentu elipse u datoj tački (x_0, y_0) na elipsi (koja pripada elipsi), onda imamo gotovu formulu:

$$t: \frac{x \cdot x_0}{a^2} + \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$$

Hiperbola je skup tačaka u ravni s osobinom da je razlika rastojanja ma koje tačke od dveju datih tačaka stalan broj.



a je realna poluosa (2a je realna osa)

b je imaginarna poluosa (2b je imaginarna osa)

r_1, r_2 su potezi (radijus vektori) i za njih važi $|r_1 - r_2| = 2a$

$F_1(-c,0), F_2(c,0)$ su žiže hiperbole , gde je $c^2 = a^2 + b^2$

$e = \frac{c}{a}$ je ekscentricitet (još kod hiperbole važi da je e >1)

prave $y = \frac{b}{a}x$ i $y = -\frac{b}{a}x$ su asimptote hiperbole

Glavna jednačina hiperbole je $\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$ ili $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$

Prava i hiperbola

Slično kao kod kružnice i elipse , da bi odredili međusobni položaj prave i hiperbole, rešavamo sistem jednačina:

$y = kx + n$ i $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$

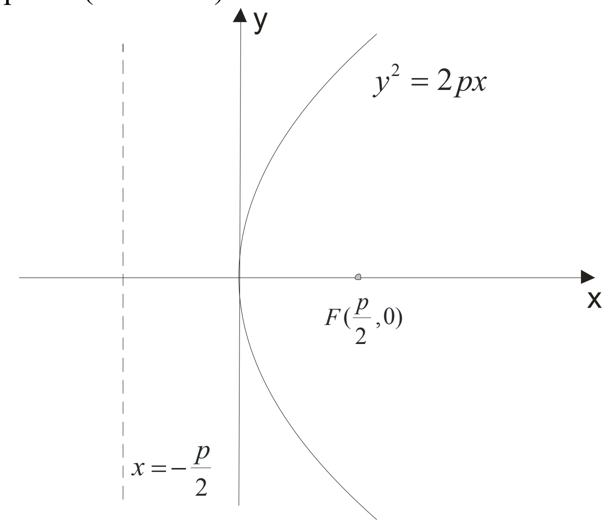
- Ako sistem nema rešenja , onda se prava i hiperbola ne seku, to jest $a^2k^2 - b^2 < n^2$
- Ako sistem ima dva rešenja, onda prava seče hoperbolu u dvema tačkama $a^2k^2 - b^2 > n^2$
- Ako sistem ima jedno rešenje, prava je tangenta hiperbole i zadovoljava USLOV DODIRA:

$$a^2k^2 - b^2 = n^2$$

Ako nam traže tangentu hiperbole u datoj tački (x_0, y_0) na hiperboli , onda imamo gotovu formulu:

$$t: \frac{x \cdot x_0}{a^2} - \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$$

Parabola je skup tačaka u ravni sa osobinom da je rastojanje svake tačke od jedne stalne tačke (žiže) jednako odstojanju te tačke od jedne stalne prave (direktrise).



$F(\frac{p}{2},0)$ je žiža parabole.

Prava $x = -\frac{p}{2}$ je direktrisa parabole ili $x + \frac{p}{2} = 0$.

Odstojanje tačke F od direktrise obeležava se sa ***p*** i naziva se parametar parabole.

Koordinatni početak je teme parabole.

Jednačina parabole je $\boxed{y^2 = 2px}$

Prava i parabola

Slično kao kod kružnice , elipse i hiperbole da bi odredili međusobni položaj prave i parabole, rešavamo sistem jednačina: $y = kx + n$ i $y^2 = 2px$

- Ako sistem nema rešenja , onda se prava i parabola ne seku, to jest $p < 2kn$
- Ako sistem ima dva rešenja, onda prava seče parabolu u dvema tačkama $p > 2kn$
- Ako sistem ima jedno rešenje, prava je tangenta parabole i zadovoljava USLOV DODIRA: $p = 2kn$

Napomena

Ako nam traže tangentu pararbole u datoj tački (x_0, y_0) na pararboli , onda imamo gotovu formulu:

$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$