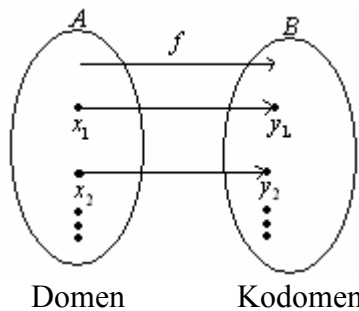


## LINEARNA FUNKCIJA I NJEN GRAFIK

Neka su dati skupovi  $A$  i  $B$ . Ako svakom elementu  $x \in A$  odgovara tačno jedan element  $y \in B$ , kažemo da se skup  $A$  preslikava u skup  $B$ . Takvo preslikavanje nazivamo funkcijom. Zapisujemo:

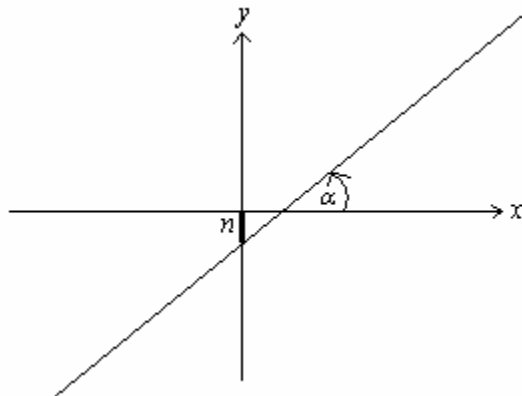
$$f : A \rightarrow B \text{ ili } y = f(x)$$



Najpoznatiji oblik linearne funkcije je:  $y = kx + n$  (eksplicitni)

Grafik ove funkcije je prava.

$k$ - je koeficijent pravca, odnosno  $k = \operatorname{tg} \alpha$  gde je  $\alpha$  - ugao koji prava gradi sa pozitivnim smerom  $x$ -ose,  $n$  - je odsečak na  $y$ -osi

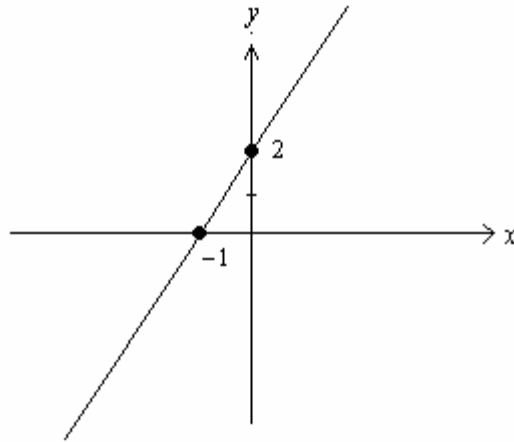


Pošto je prava određena sa dve svoje tačke, grafik ucrtamo tako što u malu tablicu uzmemo 2 proizvoljne vrednosti za  $x$ , pa izračunamo  $y$  ili još bolje,  $x = 0$  i  $y = 0$ , pa nadjemo nepoznate:  $y = 2x + 2$

<u>za <math>x=0</math></u>	<u>za <math>y=0</math></u>
$y = 2 \cdot 0 + 2 = 2$	$2x + 2 = 0$
	$x = -1$

Ubacimo ovo u malu tablicu:

$x$	0	-1	
$y$	2	0	



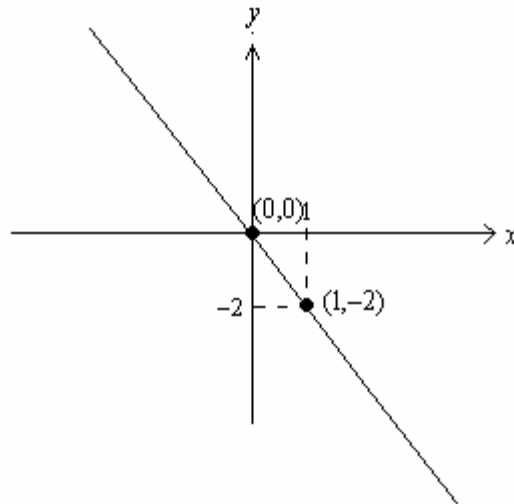
**PAZI:** Ako je funkcija samo  $y = kx$  (bez  $n$ ) onda grafik prolazi kroz koordinatni početak i moramo uzimati dve različite vrednosti za  $x$ .

Primer:

$$y = -2x$$

$$x = 0 \text{ pa je } y = 0$$

$$x = 1 \text{ pa je } y = -2$$



Kako nacrtati grafike  $x = 2$  ili  $y = -3$ ?

Važno je zapamtiti:

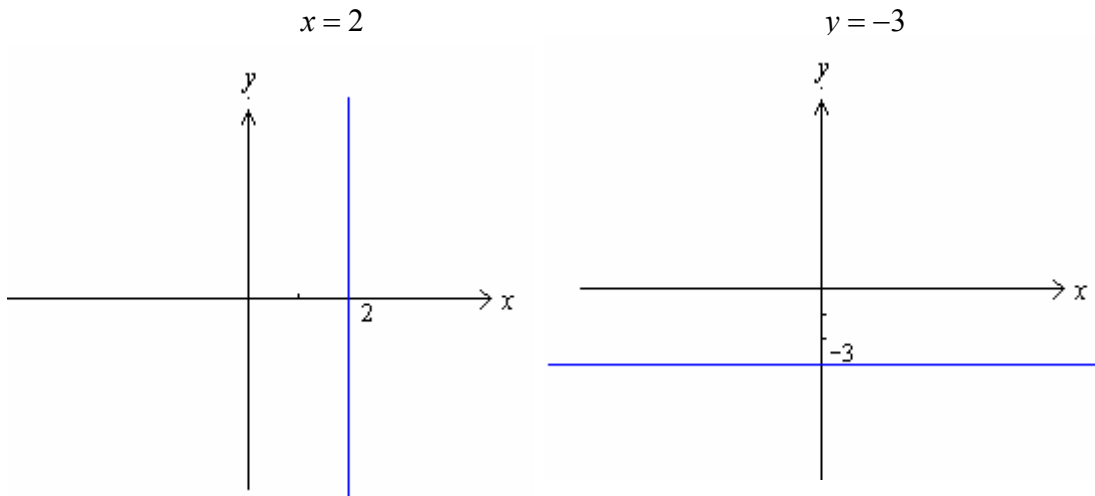
→  $y = 0$  je  $x$ -osa

→  $x = 0$  je  $y$ -osa

→  $x = a$  , grafik je paralelan sa  $y$ -osom i prolazi kroz  $a$

→  $y = b$  , grafik je paralelan sa  $x$ -osom i prolazi kroz  $b$

Na primer:

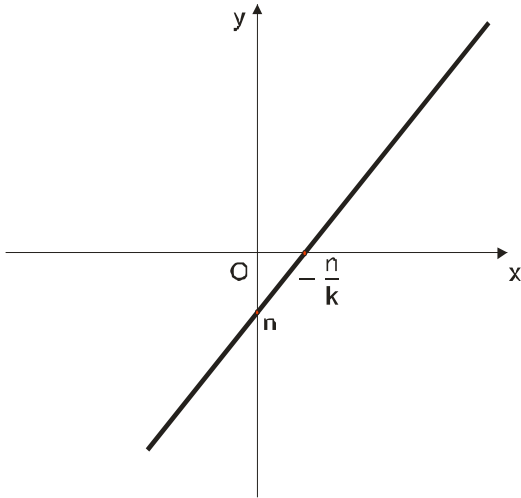


**Nula Funkcije:** je mesto gde grafik seče x-osu a dobija se kad stavimo  $y = 0$  pa izračunamo koliko je  $x$ .  $\left(x = -\frac{n}{k}\right)$  Funkcija može biti rastuća ili opadajuća. Ako je  $k > 0$  funkcija je rastuća i sa pozitivnim smerom x-ose gradi oštar ugao, a ako je  $k < 0$  funkcija je opadajuća i sa pozitivnim smerom x-ose gradi tup ugao.

**Znak funkcije:**

Funkcija je pozitivna za  $y > 0$  tj.  $kx + n > 0$  i grafik je iznad x-ose.

Funkcija je negativna za  $y < 0$  tj.  $kx + n < 0$  i grafik je ispod x-ose

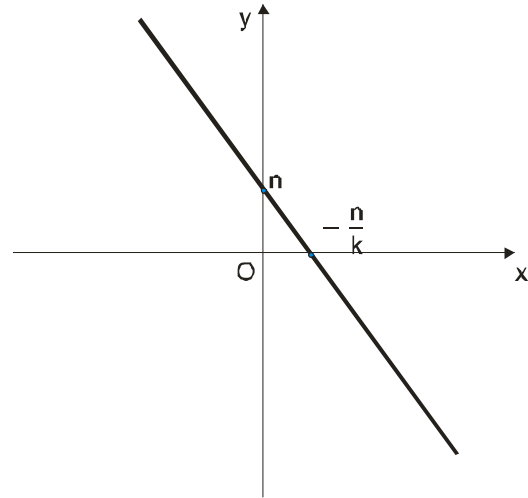


Rastuća

$$y = 0 \text{ za } x = -\frac{n}{k}$$

$$y > 0 \text{ za } x \in \left(-\frac{n}{k}, \infty\right)$$

$$y < 0 \text{ za } x \in \left(-\infty, -\frac{n}{k}\right)$$



Opadajuća

$$y = 0 \text{ za } x = -\frac{n}{k}$$

$$y > 0 \text{ za } x \in \left(-\infty, -\frac{n}{k}\right)$$

$$y < 0 \text{ za } x \in \left(-\frac{n}{k}, \infty\right)$$

Ako se u zadatku kaže da grafik prolazi kroz neku tačku  $(x_0, y_0)$  onda koordinate te tačke smemo da zamenimo umesto  $x$  i  $y$  u datoj jednačini  $y = kx + n$

**Dakle:**  $y_0 = kx_0 + n$

Dva grafika  $y = kx_1 + n_1$  i  $y = kx_2 + n_2$  će biti paralelna ako je  $k_1 = k_2$ , a normalna ako je  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .

**Dakle:**

- uslov paralelnosti je  $k_1 = k_2$

- uslov normalnosti je  $k_1 \cdot k_2 = -1$

Da nas ne zbuni: Prava može biti zadata i u drugim oblicima:

$$ax + by + c = 0 \quad \text{ili} \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$$

Mi ovde izrazimo  $y$  (ipsilon) i "pročitamo"  $k$  i  $n$ :

$$ax + by + c = 0$$

$$by = -ax - c$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

pa je:  $k = -\frac{a}{b}$ ,  $n = -\frac{c}{b}$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 / \cdot ab$$

$$bx + ay = ab$$

$$ay = -bx + ab / : a$$

$$y = -\frac{b}{a}x + b$$

pa je:  $k = -\frac{b}{a}$ ,  $n = b$

### PRIMERI

1) Proučiti promene i grafički prikazi funkcije:

a)  $y = \frac{1}{2}x - 1$

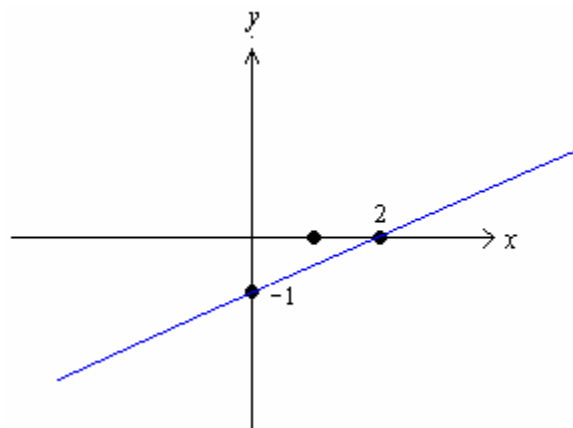
b)  $y = -2x + 4$

a)  $y = \frac{1}{2}x - 1$

za  $x=0 \Rightarrow y = 0 - 1 = -1$

za  $y=0 \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x$	0	2
$y$	-1	0





3) U skupu funkcija  $f(x) = (a-2)x - 2a + 3$ , odrediti parameter  $a$  tako da grafik funkcije odseca na y-osi odsečak dužine 5.

$$f(x) = (a-2)x - 2a + 3$$

Uporedimo datu funkciju sa  $y = kx + n$

Pošto je  $n$ -odsečak na y-osi, a ovde je  $n = -2a + 3$ , to mora biti:

$$-2a + 3 = 5$$

$$-2a = 5 - 3$$

$$-2a = 2$$

$$a = -1$$

4) Date su familije funkcija  $y = (2m-5)x + 7$  i  $y = (10-m)x - 3$  Za koje su vrednosti parametra  $m$  grafici ovih funkcija paralelni?

$$y = (2m-5)x + 7 \Rightarrow k = 2m - 5$$

$$y = (10-m)x - 3 \Rightarrow k = 10 - m$$

uslov paralelnosti je da imaju iste **k-ove**. Dakle:

$$2m - 5 = 10 - m$$

$$2m + m = 10 + 5$$

$$3m = 15$$

$$m = \frac{15}{3}$$

$$m = 5$$

5) Nacrtati grafik funkcije

$$y = |x| - 1$$

**Rešenje:**

Najpre definišemo apsolutnu vrednost:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Dakle, treba nacrtati dva grafika

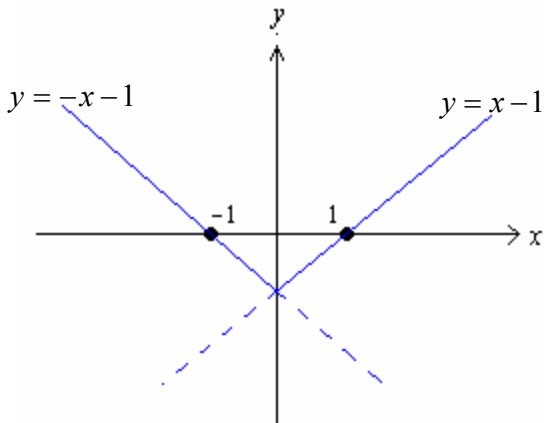
$$y = |x| - 1$$

$y = x - 1$   
za  $x \geq 0$ 

$x$	0	1
$y$	-1	0

$y = -x - 1$   
za  $x < 0$ 

$x$	0	-1
$y$	-1	0



Kako grafik  $y = x - 1$  važi samo za  $x \geq 0$  njegov deo (isprekidano) za  $x < 0$  nam ne treba.

Kako grafik  $y = -x - 1$  važi za  $x < 0$  i njegov isprekidani deo nam ne treba.

Konačan grafik ima oblik slova V.

6) Dat je skup funkcija  $y = (4m-6)x - (3m-2)$ , ( $m$  realan broj)

a) Odrediti  $m$  tako da funkcija ima nulu za  $x=2$

b) Za nadjenu vrednost  $m$  ispitati promene i konstruisati grafik funkcije.

$$y = (4m-6)x - (3m-2)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } x = 2 \text{ za } y = 0 &\Rightarrow (4m-6) \cdot 2 - (3m-2) = 0 \\ &8m - 12 - 3m + 2 = 0 \\ &5m - 10 = 0 \\ &m = 2 \end{aligned}$$

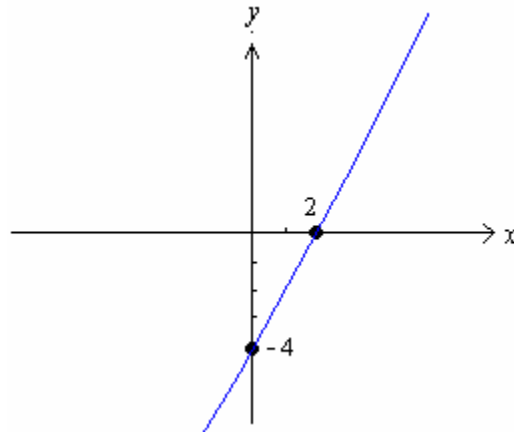
Vratimo vrednost za  $m$  da dobijemo traženu funkciju:



$$y = (4 \cdot 2 - 6)x - (3 \cdot 2 - 2)$$

$$y = 2x - 4$$

$x$	0	2
$y$	-4	0



7) Dat je skup funkcija  $y = (k - 2)x - (k - 1)$ , gde je  $k$  realan parameter. Odrediti parametar  $k$  tako da njen grafik bude paralelan sa grafikom funkcije  $y = 2x - 6$ . Za dobijenu vrednost  $k$ , ispisati funkciju i konstruisati njen grafik.

Iskoristimo najpre uslov paralelnosti da nadjemo  $k$ :

$$y = \boxed{(k - 2)}x - (k - 1)$$

$$y = \boxed{2}x - 6$$

$$k - 2 = 2$$

$$k = 4$$

Vratimo vrednost za  $k$ :

$$y = (4 - 2)x - (4 - 1)$$

$$y = 2x - 3$$

Dve proizvoljne tačke:

$x$	0	$\frac{3}{2}$
$y$	-3	0

