

Linearne jednačine i nejednačine

123. Решити једначине:

A) $3x = 9;$

Б) $6 = -7x;$

В) $-\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}.$

A) $3x = 9$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

В) $6 = -7x$

$$x = \frac{6}{-7}$$

$$x = -\frac{6}{7}$$

В) $-\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}$

$$-\frac{x}{4} = \frac{1}{2}$$

$$-2x = 4$$

$$x = \frac{4}{-2}$$

124. Решити једначине:

A) $4x - 6 + 3x = x;$

Б) $\frac{y+1}{2} = 0.$

A) $4x - 6 + 3x = x$

$$4x + 3x - x = 6$$

$$6x = 6$$

$$x = \frac{6}{6}$$

$$x = 1$$

В) $\frac{y+1}{2} = 0 / \cdot 2$

$$y + 1 = 0$$

$$y = -1$$

125. Решити једначине:

1) $\frac{1}{2}a - 2 = \frac{1}{3}a;$

2) $0,5 - 0,2x = 1.$

1) $\frac{1}{2}a - 2 = \frac{1}{3}a$ **Pazi:** $\frac{A}{B} \cdot C = \frac{A \cdot C}{B}$

$$\frac{a}{2} - 2 = \frac{a}{3}$$

$$\frac{a}{2} - \frac{2}{1} = \frac{a}{3} / \cdot 6$$

$$3a - 12 = 2a$$

$$3a - 2a = 12$$

$$a = 12$$

$$2) \quad 0,5 - 0,2x = 1/10$$

$$5 - 2x = 10$$

$$-2x = 10 - 5$$

$$-2x = 5$$

$$x = \frac{5}{-2} \Rightarrow x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

126. Решити једначину $1 - 0,5 \cdot (2x + 2) = 0,25 \cdot (1 - x) + \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$.

$$1 - 0,5 \cdot (2x + 2) = 0,25 \cdot (1 - x) + \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{5}{10} \cdot (2x + 2) = \frac{25}{100} \cdot (1 - x) + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4}$$

$$1 - \frac{1}{2} \cdot (2x + 2) = \frac{1}{4} \cdot (1 - x) + \frac{3}{4} \cdot 1$$

$$4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2x + 2) = 4 \cdot \frac{1}{4} (1 - x) + 4 \cdot \frac{3}{4}$$

$$4 - 2(2x + 2) = 1(1 - x) + 3$$

$$\cancel{4} - 4x - \cancel{4} = 1 - x + 3$$

$$-4x = -x + 4$$

$$-4x + x = 4$$

$$-3x = 4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

То јест $x = -1\frac{1}{3}$

127. Решити једначину $\frac{p-2}{2} + \frac{p+1}{4} = 3$.

$$\frac{p-2}{2} + \frac{p+1}{4} = \frac{3}{1} \cdot 4$$

$$2(p-2) + 1(p+1) = 12$$

$$2p - 4 + p + 1 = 12$$

$$2p + p = 12 + 4 - 1$$

$$3p = 15$$

$$p = \frac{15}{3}$$

$$p = 5$$

128. Решити једначину $\frac{x-7}{4} + 1 = \frac{3x-1}{5} - \frac{5x+1}{12}$.

$$\frac{x-7}{4} + \frac{1}{1} = \frac{3x-1}{5} - \frac{5x+1}{12} \cdot 60$$

$$60 \cdot \frac{x-7}{4} + 60 = 60 \cdot \frac{3x-1}{5} - 60 \cdot \frac{5x+1}{12}$$

$$15(x-7) + 60 = 12(3x-1) - 5(5x+1)$$

$$15x - 105 + 60 = 36x - 12 - 25x - 5$$

$$15x - 36x + 25x = -12 - 5 + 105 - 60$$

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4}$$

$$x = 7$$

129. Решити једначину $5(x-2)(x+2) - 6 = (3x-5)^2 - (2x+3)^2$.

$$5\underbrace{(x-2)(x+2)} - 6 = \underbrace{(3x-5)^2} - \underbrace{(2x+3)^2}$$

Razlika kvadrata kvadrat binoma kvadrat binoma

$$5(x^2 - 4) - 6 = ((3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2) - ((2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2)$$

$$5x^2 - 20 - 6 = (9x^2 - 30x + 25) - (4x^2 + 12x + 9)$$

$$5x^2 - 26 = 9x^2 - 30x + 25 - 4x^2 - 12x - 9$$

$$5x^2 - 9x^2 + 30x + 4x^2 + 12x = +25 - 9 + 26$$

$$42x = 42$$

$$x = \frac{42}{42}$$

$$x = 1$$

130. Решити једначину $(4x-3)^2 = (5-4x)^2 - 16$.

$$(4x-3)^2 = (5-4x)^2 - 16$$

$$(4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 3 + 3^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4x + (4x)^2 - 16$$

$$16x^2 - 24x + 9 = 25 - 40x + 16x^2 - 16$$

$$16x^2 - 24x + 40x - 16x^2 = 25 - 16 - 9$$

$$16x = 0$$

$$x = \frac{0}{16}$$

$$x = 0$$

131. Решити једначину $(2-x)(3-x) - (1-x)(5-x) = 0$.

$$(2-x) \cdot (3-x) - (1-x) \cdot (5-x) = 0$$

$$(6 - 2x - 3x + x^2) - (5 - 1x - 5x + x^2) = 0$$

$$6 - 2x - 3x + x^2 - 5 + x + 5x - x^2 = 0$$

$$x = -6 + 5$$

$$x = -1$$

132. Решити једначину $(x-1) \cdot (x+1) - (x+1)^2 = 5 - 4x$.

$$(x-1)(x+1) - (x+1)^2 = 5 - 4x$$

$$x^2 - 1 - (x^2 + 2x + 1) = 5 - 4x$$

$$x^2 - 1 - x^2 - 2x - 1 = 5 - 4x$$

$$-2x + 4x = 5 + 1 + 1$$

$$2x = 7$$

$$x = \frac{7}{2}$$

133. Решити једначине:

А) $(3x-1)(x+1) = 0$;

Б) $4(x+1)(x-2)(x-3) = 0$.

А) $(3x-1)(x+1) = 0$

Da se podsetimo: $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ili $B = 0$

Dakle: $3x-1 = 0$ ili $x+1 = 0$
 $x = \frac{1}{3}$ ili $x = -1$

Б) $4(x+1)(x-2)(x-3) = 0$

$x+1 = 0$ ili $x-2 = 0$ ili $x-3 = 0$
 $x = -1$ ili $x = 2$ ili $x = 3$

134. А) Раставити на чиниоце (представити у облику производа) израз

$$x(2x-3) - 5(2x-3).$$

Б) Решити једначину

$$x(2x-3) - 5(2x-3) = 0.$$

А) $x(2x-3) - 5(2x-3) =$

Zajednički (ide ispred zagrade)
 $= (2x-3)(x-5)$

Б)

$$x(2x-3) - 5(2x-3) = 0$$

$$(2x-3)(x-5) = 0$$

$$2x-3 = 0 \quad \text{ili} \quad x-5 = 0$$

$$2x = 3 \quad \quad \quad x = 5$$

$$x = \frac{3}{2}$$

135. Који број треба додати бројноцу и одузети од имениоца разломка $\frac{11}{14}$ да би се добио разломак једнак разломку $\frac{2}{3}$?

Neka je X traženi broj

$$\frac{11+x}{14-x} = \frac{2}{3} \rightarrow \text{Množimo unakrsno}$$

$$3(11+x) = 2(14-x)$$

$$33+3x = 28-2x$$

$$3x+2x = 28-33$$

$$5x = -5$$

$$x = \frac{-5}{5}$$

$$x = -1$$

136. Збир половине, трећине и петине неког броја је за један већи од тог броја. Који је то број?

Neka je X- traženi broj

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = x + 1 \cdot 30$$

$$\underbrace{15x + 10x + 6x}_{31x} = 30x + 30$$

$$31x - 30x = 30$$

$$x = 30$$

137. Збир четири узастопна природна броја је 1014. Који су то бројеви?

Uzastopne prirodne brojeve možemo obeležiti sa $n, n+1, n+2, n+3$

Dakle:

$$n+n+1+n+2+n+3=1014$$

$$4n+6=1014$$

$$4n=1014-6$$

$$4n=1008$$

$$n = \frac{1008}{4}$$

$$n = 252 \Rightarrow \text{Traženi brojevi su: } 252, 253, 254, 255$$

138. У одељењу су $\frac{3}{7}$ ученика девојчице. Ако би дошле још четири девојчице, број дечака и девојчица био би једнак. Одредити број ученика у том одељењу.

Нека је X-број ученика. Ако су у одељењу $\frac{3}{7}$ ученика девојчице, то нам говори да су $\frac{4}{7}$ ученика дечака.

$$\frac{3}{7}x + 4 = \frac{4}{7}x \cdot 7$$

$$3x + 28 = 4x$$

$$3x - 4x = -28$$

$$-x = -28 / (-1)$$

$$x = 28$$

139. Мајка има 27 година, а син 3 године. За колико година ће мајка бити пет пута старија од сина?

Нека је X-број година који прође:

Мајка	27	27+x
Син	3	3+x
	сад	После x година

$$5(3+x) = 27+x$$

$$15+5x = 27+x$$

$$5x-x = 27-15$$

Дакле: $4x = 12$

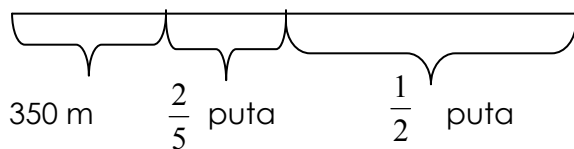
$$x = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$

Да проверимо:

Кроз 3 године мајка има $27+3=30$ година а син $3+3=6$ година. Тад је мајка 5 пута старија од сина јер је $6 \cdot 5 = 30$

140. Када је путник прешао 350 m, остало му је још $\frac{2}{5}$ пута до половине пута. Колика је дужина целог пута?



Нека је X дужина целог пута.

Размишљамо: На који део пута се односи 350m?

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4+5}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

Dakle, 350m se odnosi na $\frac{1}{10}$ puta

$$\frac{1}{10} \cdot x = 350$$

$$x = 350 \cdot 10$$

$$x = 3500m$$

141. Основица једнакокраког троугла је 12 cm. Ако је крак за 2 cm дужи од висине која одговара основици троугла, израчунати ту висину.

Primena pitagorine teoreme:

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_a^2 = b^2$$

$$\left(\frac{12}{2}\right)^2 + h_a^2 = (h_a + 2)^2$$

$$36 + h_a^2 = h_a^2 + 4h_a + 4$$

$$4h_a + 4 = 36$$

$$4h_a = 36 - 4$$

$$4h_a = 32$$

$$h_a = \frac{32}{4}$$

$$h_a = 8cm$$

142. Једна катета правоуглог троугла има дужину 7 cm, а друга је за 1 cm краћа од хипотенузе. Колика је та хипотенуза?

$$a = 7cm$$

$$b = c - 1$$

$$c = ?$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$7^2 + (c - 1)^2 = c^2$$

$$49 + c^2 - 2c + 1 = c^2$$

$$-2c = -49 - 1$$

$$-2c = -50$$

$$c = -50$$

$$c = \frac{-50}{-2}$$

$$c = 25cm$$

143. Странице правоугаоника се разликују за 3 cm. Ако се свака страница повећа за 2 cm, обим правоугаоника ће износити 62 cm. Израчунати странице правоугаоника.

Stari obim je $O = 2a + 2b$

Novi obim je $O_1 = 2a_1 + 2b_1$

$$O_1 = 2a_1 + 2b_1 = 62$$

$$2(b+5) + 2(b+2) = 62$$

$$2b+10+2b+4=62$$

$$4b=62-10-4$$

$$4b=48$$

$$b=12\text{cm} \Rightarrow a=12+3=15$$

$$a=15\text{cm}$$

Неједначине

144. Решити неједначине:

A) $3x < 4$;

Б) $6 > 2x$;

В) $-\frac{1}{2}x \leq \frac{1}{4}$.

A) $3x < 4$

$$x < \frac{4}{3}$$

Б) $6 > 2x$

$$-2x > -6$$

$$x < \frac{-6}{-2}$$

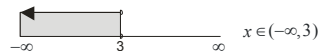
$$x < 3$$

В) $-\frac{1}{2}x \leq \frac{1}{4}$

$$-\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{4} \cdot 4$$

$$-2x \leq 1$$

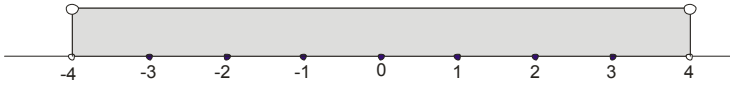
$$x \geq -\frac{1}{2}$$



145. Одредити све целе бројеве a који су решења неједначине $|a| < 4$.

$$|a| < 4$$

$$-4 < a < 4 \Rightarrow a \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$



146. Решити неједначине:

A) $5x - 2 < 2x + 1$;

Б) $0,6x - 0,4 > 0,5x - 0,2$.

A)

$$5x - 2 < 2x + 1$$

$$5x - 2x < 1 + 2$$

$$3x < 3$$

$$x < \frac{3}{3}$$

$$x < 1$$



Б)

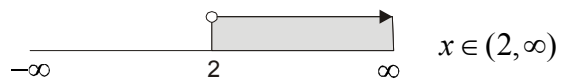
$$0,6x - 0,4 > 0,5x - 0,2 / \cdot 10$$

$$6x - 4 > 5x - 2$$

$$6x - 5x > -2 + 4$$

$$1x > 2$$

$$x > 2$$



147. Решити неједначину $5 \leq y - \frac{y+5}{5}$.

$$5 \leq y - \frac{y+5}{5}$$

$$\frac{5}{1} \leq \frac{y}{1} - \frac{y+5}{5} / \cdot 5 \rightarrow \text{pazi na - ispred zagrade}$$

$$25 \leq 5y - (y + 5)$$

$$25 \leq 5y - y - 5$$

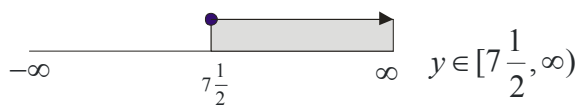
$$-5y + y \leq -5 - 25$$

$$-4y \leq -30$$

$$y \geq \frac{-30}{-4}$$

$$y \geq +\frac{15}{2}$$

$$y \geq 7\frac{1}{2}$$



148. Решити неједначине:

А) $0,8 - 0,8 \cdot (x - 5) \geq -0,2$;

Б) $\frac{1-p}{3} < 0$.

А)

$$0,8 - 0,8 \cdot (x - 5) \geq -0,2 / \cdot 10$$

$$8 - 8 \cdot (x - 5) \geq -2$$

$$8 - 8x + 40 \geq -2$$

$$-8x \geq -2 - 8 - 40$$

$$-8x \geq -50$$

$$x \leq \frac{-50}{-8} \Rightarrow x \leq +\frac{25}{4} \Rightarrow x \leq 6\frac{1}{4}$$



Б)

$$\frac{1-p}{3} < 0 / \cdot 3$$

$$1 - p < 0$$

$$-p < -1 / (-1)$$

$$p > 1$$



149. Решити неједначину $\frac{x}{6} - \frac{1-x}{4} > \frac{1+x}{3} + \frac{x-2}{24}$.

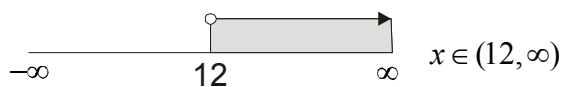
$$\frac{x}{6} - \frac{1-x}{4} > \frac{1+x}{3} + \frac{x-2}{24} / \cdot 24$$

$$4x - 6(1-x) > 8(1+x) + 1(x-2)$$

$$4x - 6 + 6x > 8 + 8x + x - 2$$

$$4x + 6x - 8x - x > 8 - 2 + 6$$

$$x > 12$$



150. Решити неједначину $1 + \frac{x-6}{3} - \frac{x}{2} \leq 3 + \frac{3+x}{4}$.

$$1 + \frac{x-6}{3} - \frac{x}{2} \leq 3 + \frac{3+x}{4} / \cdot 12$$

$$12 + 4(x-6) - 6x \leq 36 + 3(3+x)$$

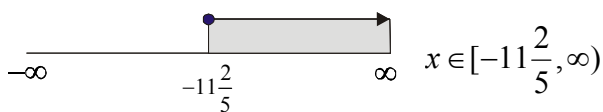
$$12 + 4x - 24 - 6x \leq 36 + 9 + 3x$$

$$4x - 6x - 3x \leq 36 + 9 - 12 + 24$$

$$-5x \leq 57$$

$$x \geq -\frac{57}{5}$$

$$x \geq -11\frac{2}{5}$$



151. За које вредности променљиве x је вредност израза $-2x+5$ између 3 и 17?

$$3 < -2x+5 < 17$$

Ovde moramo rešavati dve nejednačine:

$$3 < -2x+5$$

$$2x < 5-3$$

$$2x < 2$$

$$x < \frac{2}{2}$$

$$x < 1$$

|

$$-2x < 17$$

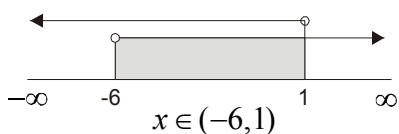
$$-2x < 17-5$$

$$-2x < 12$$

$$x > \frac{12}{-2}$$

$$x > -6$$

Spojimo rešenja
 $-6 < x < 1 \Rightarrow x \in (-6, 1)$



152. Наћи најмањи природан број x који задовољава неједначину $(x-1)^2 - (x+1)^2 < -10 - x$.

Najpre rešimo datu nejednačinu:

$$(x-1)^2 - (x+1)^2 < -10 - x$$

$$(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1) < -10 - x$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 < -10 - x$$

$$-4x < -10 - x$$

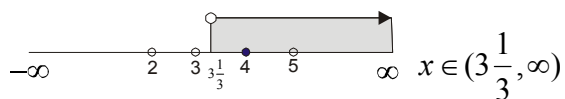
$$-4x + x < -10$$

$$-3x < -10$$

$$x > \frac{-10}{-3}$$

$$x > +3\frac{1}{3}$$

Najmanji prirodni broj je $x = 4$



153. За које вредности променљиве x је израз $(3x+1) \cdot (x-2) - 3 \cdot (x+1)^2$ позитиван?

Šta znači da je neki izraz pozitivan?

Pa to znači da mora biti veći od nule.

Dakle:

$$(3x+1) \cdot (x-2) - 3 \cdot (x+1)^2 > 0$$

$$(3x^2 - 6x + x - 2) - 3 \cdot (x^2 + 2x + 1) > 0$$

$$3x^2 - 6x + x - 2 - 3x^2 - 6x - 3 > 0$$

$$-6x + x - 6x > 2 + 3$$

$$-11x > 5$$

$$x < -\frac{5}{11}$$



154. Za koje vrednosti promenljive x razlika izraza $\frac{x+5}{8}$ i $\frac{4-x}{2}$ nije veća od -2 ?

Kada kažemo da neki izraz 'nije veći' to znači da je manji ili je jednak (\leq)

Dakle:

$$\frac{x+5}{8} - \frac{4-x}{2} \leq -2 \cdot 8$$

$$1 \cdot (x+5) - 4(4-x) \leq -16$$

$$x+5-16+4x \leq -16$$

$$x+4x \leq -16-5+16$$

$$5x \leq -5$$

$$x \leq \frac{-5}{5}$$

$$x \leq -1$$

